

# MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 4 Settembre 2006 (a.a. 784°)

## TEMA 1

### Esercizio 1 (6 punti)

Sia  $t$  un parametro reale. Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 5}{n^3 \log^n(t+1)},$$

1. trovare per quali valori di  $t$  la serie converge assolutamente;
2. trovare per quali valori di  $t$  la serie converge semplicemente.

### Esercizio 2 (10 punti)

Studiare la funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \arctan \frac{7 - 8 \log x}{\log x + 4}.$$

[Dominio, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità e eventuali limiti della derivata prima, monotonia, punti di estremo relativo ed assoluto, abbozzo del grafico; **facoltativo**: studio della derivata seconda]

### Esercizio 3 (7 punti)

Al variare del parametro  $\alpha > 0$ , calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \cos x - \sin x}{x^\alpha \tan 3x + (1 - \cos x)^2}.$$

### Esercizio 4 (7 punti)

Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Disegnare nel piano complesso l'insieme

$$S_\alpha \doteq \left\{ z \in \mathbb{C} : \frac{\bar{z} + 1 - i\alpha}{z + 1} \in \mathbb{R} \right\}.$$

---

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.**

# MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 4 Settembre 2006 (a.a. 784°)

## TEMA 2

### Esercizio 1 (6 punti)

Sia  $x$  un parametro reale. Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n \log^n(2-x)}{(n+4)^2},$$

1. trovare per quali valori di  $x$  la serie converge assolutamente;
2. trovare per quali valori di  $x$  la serie converge semplicemente.

### Esercizio 2 (10 punti)

Studiare la funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \arctan \frac{\sqrt{3}(\log x - 1)}{\log x + 1}.$$

[Dominio, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità e eventuali limiti della derivata prima, monotonia, punti di estremo relativo ed assoluto, abbozzo del grafico; **facoltativo**: studio della derivata seconda]

### Esercizio 3 (7 punti)

Al variare del parametro  $\alpha > 0$ , calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 \tan^\alpha x + \sin^4 x}{2x - \sin 2x}.$$

### Esercizio 4 (7 punti)

Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Disegnare nel piano complesso l'insieme

$$S_\alpha \doteq \left\{ z \in \mathbb{C} : \frac{z-1+i\alpha}{\bar{z}-1} \in \mathbb{R} \right\}.$$

---

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.**

# MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 4 Settembre 2006 (a.a. 784°)

## TEMA 3

### Esercizio 1 (6 punti)

Sia  $t$  un parametro reale. Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{(n^4 + 4) \log^n(4 - t)},$$

1. trovare per quali valori di  $t$  la serie converge assolutamente;
2. trovare per quali valori di  $t$  la serie converge semplicemente.

### Esercizio 2 (10 punti)

Studiare la funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \arctan \frac{2 \log x + 1}{\log x + 2}.$$

[Dominio, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità e eventuali limiti della derivata prima, monotonia, punti di estremo relativo ed assoluto, abbozzo del grafico; **facoltativo**: studio della derivata seconda]

### Esercizio 3 (7 punti)

Al variare del parametro  $\alpha > 0$ , calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x^2 - x^2 e^x}{x(1 - \cos x)^{\alpha/2} + x^5}.$$

### Esercizio 4 (7 punti)

Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Disegnare nel piano complesso l'insieme

$$S_\alpha \doteq \left\{ z \in \mathbb{C} : \frac{z - 1}{\bar{z} - 1 - i\alpha} \in \mathbb{R} \right\}.$$

---

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.**

# MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 4 Settembre 2006 (a.a. 784°)

## TEMA 4

### Esercizio 1 (6 punti)

Sia  $x$  un parametro reale. Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 \log^n(x+3)}{n^3 + 2},$$

1. trovare per quali valori di  $x$  la serie converge assolutamente;
2. trovare per quali valori di  $x$  la serie converge semplicemente.

### Esercizio 2 (10 punti)

Studiare la funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \arctan \frac{\log x + 1}{\sqrt{3}(\log x - 1)}.$$

[Dominio, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità e eventuali limiti della derivata prima, monotonia, punti di estremo relativo ed assoluto, abbozzo del grafico; **facoltativo**: studio della derivata seconda]

### Esercizio 3 (7 punti)

Al variare del parametro  $\alpha > 0$ , calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan^6 x + x \sin^\alpha x}{3x^2 - \log(1 + 3x^2)}.$$

### Esercizio 4 (7 punti)

Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Disegnare nel piano complesso l'insieme

$$S_\alpha \doteq \left\{ z \in \mathbb{C} : \frac{\bar{z} - 1 + i\alpha}{z - 1} \in \mathbb{R} \right\}.$$

---

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.**