

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 12 Luglio 2006 (a.a. 784°)

TEMA 1

Esercizio 1 (10 punti)

Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^{2y} + 2e^y + 2, \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

- i) Esistono valori $y_0 \in \mathbb{R}$ tali che la soluzione del Problema di Cauchy sia costante?
- ii) Determinare in forma implicita la soluzione del problema di Cauchy relativamente al dato iniziale $y_0 = 0$.

Esercizio 2 (10 punti)

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \log(\sinh^2 x + 2 \sinh x + 4).$$

[Dominio, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità e derivabilità, derivata, monotonia, punti di estremo relativo ed assoluto, abbozzo del grafico. Non è richiesto lo studio della derivata seconda]

Esercizio 3 (5 punti)

Al variare del parametro reale $\alpha > 0$, studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} (e^{\frac{1}{2n^{\alpha+1}}} - 1).$$

Esercizio 4 (5 punti)

Calcolare in forma algebrica tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^4 |z|^2 = z.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 12 Luglio 2006 (a.a. 784°)

TEMA 2

Esercizio 1 (10 punti)

Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^{2y} - 6e^y + 10, \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

- i) Esistono valori $y_0 \in \mathbb{R}$ tali che la soluzione del Problema di Cauchy sia costante?
- ii) Determinare in forma implicita la soluzione del problema di Cauchy relativamente al dato iniziale $y_0 = 0$.

Esercizio 2 (10 punti)

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \log(4 \sinh^2 x - 5 \sinh x + 1).$$

[Dominio, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità e derivabilità, derivata, monotonia, punti di estremo relativo ed assoluto, abbozzo del grafico. Non è richiesto lo studio della derivata seconda]

Esercizio 3 (5 punti)

Al variare del parametro reale $\alpha > 0$, studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \left(\frac{2}{n^\alpha + 1} \right) \right).$$

Esercizio 4 (5 punti)

Calcolare in forma algebrica tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^5 |z|^3 = iz^2.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 12 Luglio 2006 (a.a. 784°)

TEMA 3

Esercizio 1 (10 punti)

Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^{2y} + 4e^y + 5, \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

- i) Esistono valori $y_0 \in \mathbb{R}$ tali che la soluzione del Problema di Cauchy sia costante?
- ii) Determinare in forma implicita la soluzione del problema di Cauchy relativamente al dato iniziale $y_0 = 0$.

Esercizio 2 (10 punti)

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \log(2 \sinh^2 x - 8 \sinh x + 9).$$

[Dominio, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità e derivabilità, derivata, monotonia, punti di estremo relativo ed assoluto, abbozzo del grafico. Non è richiesto lo studio della derivata seconda]

Esercizio 3 (5 punti)

Al variare del parametro reale $\alpha > 0$, studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arctan\left(\frac{3}{n^\alpha + 2}\right).$$

Esercizio 4 (5 punti)

Calcolare in forma algebrica tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^6 |z|^4 = -z^3.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 12 Luglio 2006 (a.a. 784°)

TEMA 4

Esercizio 1 (10 punti)

Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^{2y} - 8e^y + 17, \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

- i) Esistono valori $y_0 \in \mathbb{R}$ tali che la soluzione del Problema di Cauchy sia costante?
- ii) Determinare in forma implicita la soluzione del problema di Cauchy relativamente al dato iniziale $y_0 = 0$.

Esercizio 2 (10 punti)

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \log(\sinh^2 x - 5 \sinh x + 6).$$

[Dominio, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità e derivabilità, derivata, monotonia, punti di estremo relativo ed assoluto, abbozzo del grafico. Non è richiesto lo studio della derivata seconda]

Esercizio 3 (5 punti)

Al variare del parametro reale $\alpha > 0$, studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sinh\left(\frac{1}{2n^\alpha + 1}\right).$$

Esercizio 4 (5 punti)

Calcolare in forma algebrica tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^7 |z|^5 = -iz^4.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.