

Associazione “Patavina Mathesis”

Padova, 26 Novembre 2010

**La Matematica nel riordino della
Scuola secondaria di II grado:
osservazioni sulle *Indicazioni
nazionali***

a cura di Luigi Tomasi, L.S. “G. Galilei” Adria

Nota

Alcune delle considerazioni espresse in seguito sono ricavate da una presentazione tenuta dal Prof. Claudio Bernardi (Università La Sapienza, Roma), il 1° ottobre 2010, a Treviso, nel Convegno dedicato alla memoria di Giorgio Tomaso Bagni, organizzato dal Centro Ricerche Didattiche “U.Morin”

La Matematica nel riordino della Scuola Secondaria di II grado

Farò qualche osservazione *sui quadri orari* e sulle *indicazioni Nazionali* (26 maggio 2010) per i licei e le *Linee Guida* (15 luglio 2010) per gli Istituti Tecnici e gli Istituti Professionali per quanto riguarda la Matematica.

Il Ministero dell'Istruzione: si tratta di un Ministero non facile, nel quale è difficile fare delle scelte; molto esposto alle polemiche, perché coinvolge tantissime persone, studenti, famiglie, insegnanti, l'opinione pubblica...

Gli ultimi ministri (continuità o discontinuità?):
Mariastella Gelmini, Giuseppe Fioroni, Letizia Moratti,
Tullio De Mauro, Luigi Berlinguer, ...

Il riordino della Scuola secondaria di II grado: una riforma che si aspettava da anni...

Si può chiamare **riforma**?

La parola "riforma" ha in sé qualcosa di innovativo ...

Forse è più corretto parlare di **riordino** della scuola secondaria di II grado, che è poi il termine utilizzato nei decreti.

La suddivisione della scuola secondaria superiore rimane più o meno quella tripartita preesistente:

Licei, Istituti Tecnici e Istituti Professionali,
ma con forti tagli di spesa, di personale, e tutto sommato del servizio-scuola...

I programmi di matematica prima del riordino della Scuola secondaria di II grado

Situazioni molto differenziate per l'insegnamento della Matematica:

- Programmi del 1945 nei licei di ordinamento (in vigore da 65 anni... e ancora per altri 4 anni)
- Programmi "sperimentali" che risalgono più o meno a 20 anni fa (programmi del PNI; programmi elaborati dalla Commissione Brocca; programmi sperimentali autonomi)
- Programmi di matematica molto diversi negli Istituti Tecnici, negli Istituti Professionali, negli Istituti d'Arte, ecc.
- Più di 500 indirizzi e sottoindirizzi di studio diversi ...
- Più di 900 tipi di II prova scritta d'esame...

I quadri orari dedicati alla Matematica

Se si può essere d'accordo su

- la razionalizzazione del grande numero di indirizzi della scuola secondaria esistenti in precedenza
- che 1 ora di lezione = 60 minuti
- che è giusto che ogni materia abbia il suo spazio
- che non si contesta l'importanza dell'italiano (in tutte le scuole), dell'inglese e di tutte le altre discipline...

tuttavia, **in questo riordino i quadri orari non sono soddisfacenti per la Matematica**, specie se il ministro fa proclami sull'importanza della matematica...

I quadri orari dedicati alla Matematica

- Rispetto alla situazione precedente c'è una consistente riduzione (in media) degli orari settimanali dedicati alla matematica
- Le sperimentazioni di matematica (PNI, Brocca, sperimentazioni autonome,...) vengono chiuse senza fare un bilancio rigoroso sulla loro validità o meno...
- Quindi c'è mediamente una diminuzione delle ore di lezione di matematica in quasi tutti gli indirizzi di studio (Licei, Tecnici e Professionali)
- C'è solo un aumento, se si ragiona rispetto agli orari del liceo scientifico di ordinamento (5-4-3-3-3), nei licei scientifici (si passa a 5-5-4-4-4 o a 5-4-4-4-4).

Quadri orari di Matematica nel riordino

- Liceo **Classico** (Linguistico, Scienze Umane, ...)
3 3 **2** **2** **2**
su un totale di 27-30 ore settimanali
- *Scienze Umane - Opzione economico-sociale*
3 3 3 3 3
- Liceo **Scientifico**
5 **5** **4** **4** **4**
- Liceo Scientifico *opzione scienze applicate*
5 4 **4** **4** **4** (Informatica 2x5)
- Istituti **Tecnici** e Istituti **Professionali**
4 4 3 3 3 (+2 + Informatica)

Un confronto fra latino e matematica

Un confronto fra l'orario del *latino* e della *matematica* (su 5 anni) prima e dopo il riordino (al liceo Classico e al liceo Scientifico di ordinamento)

| <i>prima</i> | latino | matematica |
|-------------------|---------------|-------------------|
| Liceo Classico | 22 | 11 |
| Liceo Scientifico | 20 | 18 |

| <i>dopo</i> | latino | matematica |
|-------------------|---------------|-------------------|
| Liceo Classico | 22 | 12 |
| Liceo Scientifico | 15 | 22 |

- Latino allo Scientifico 3×5; è diminuito, ma 3 ore alla settimana possono dare una certa organicità e continuità all'insegnamento
- Invece le "12 ore" di Matematica al Liceo Classico non sono adeguate e sarebbe necessario fare un confronto fra studenti del liceo classico che useranno la matematica e studenti del liceo scientifico che useranno il latino
- Non accettabile al liceo Classico solo 1 ora in più su 5 anni, con in più analisi matematica, probabilità e statistica, informatica.

Non dimentichiamo che (per tutti i licei) si dice:

«L'indicazione principale è: *pochi concetti e metodi fondamentali, **acquisiti in profondità***»

Qualche nota di carattere metodologico:

- non si dovrebbe ogni volta ripartire da zero
- ogni 4-5 anni i programmi dovrebbero essere aggiornati, corretti, migliorati;
- non si possono lasciare inalterati per altri 65 anni!
- i tempi della riforma dovevano essere più sensati; sono stati approvati in maggio “programmi” che sono andati in vigore in settembre, con la conseguenza che le nuove indicazioni non hanno ricevuto alcuna attenzione
- oltre al fatto che non basta adottare delle nuove indicazioni perché automaticamente gli insegnanti siano tutti preparati e tesi all'innovazione richiesto
- si doveva decidere **un'unica struttura**: non va bene la stesura che è stata fatta: una per i Tecnici e Professionali in due colonne, e l'altra per i Licei in una sola colonna ...
- c'è una profonda differenza fra la stesura delle **Indicazioni nazionali** per i Licei e le **Linee guida** per gli istituti Tecnici e gli Istituti professionali

Le Indicazioni Nazionali per i licei

- Verrebbe da dire “*finalmente abbiamo delle nuove indicazioni!*”, perché i tentativi di riforma della Scuola secondaria di II grado sono stati molti e duravano da alcuni decenni, almeno dai tempi dei piani di studio della Commissione Brocca...
- Tuttavia, dopo 65 anni - i programmi di matematica dei licei risalivano al 1945 - **si poteva sperare e fare di meglio!**
- Qualcuno dice che conviene comunque essere soddisfatti perché c'era il pericolo che queste Indicazioni Nazionali e le Linee Guida potessero essere anche peggiori...
- Non si riesce pertanto a nascondere una certa delusione...

Licei stesura molto (troppo?) discorsiva

C'è un forte sottofondo culturale, ma il risultato è stato giudicato un po' velleitario dalle "linee generali e competenze" (riguardano tutti i licei)

I gruppi di concetti e metodi che saranno obiettivo dello studio:

- 1) *gli elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio entro cui prendono forma i procedimenti caratteristici del pensiero matematico (definizioni, dimostrazioni, generalizzazioni, assiomatizzazioni);*
- 2) *calcolo algebrico e geometria analitica; calcolo differenziale e integrale*
- 3) *gli strumenti matematici di base per lo studio dei fenomeni fisici, con riguardo al calcolo vettoriale e alle equazioni differenziali, in particolare l'equazione di Newton e le sue applicazioni elementari*
- 4) *la conoscenza elementare di alcuni sviluppi della matematica moderna, in particolare degli elementi del calcolo delle probabilità e dell'analisi statistica;*

Licei stesura poco precisa...

- 5) *il concetto di modello matematico e un'idea chiara della differenza tra la visione della matematizzazione caratteristica della fisica classica (corrispondenza univoca tra matematica e natura) e quello della modellistica (possibilità di rappresentare la stessa classe di fenomeni mediante differenti approcci);*
- 6) *costruzione e analisi di semplici modelli matematici di classi di fenomeni, anche utilizzando strumenti informatici per la descrizione e il calcolo;*
- 7) *una chiara visione delle caratteristiche dell'approccio assiomatico nella sua forma moderna e delle sue specificità rispetto all'approccio assiomatico della geometria euclidea classica;*
- 8) *una conoscenza del principio di induzione matematica e la capacità di saperlo applicare, avendo inoltre un'idea chiara del significato filosofico di questo principio ("invarianza delle leggi del pensiero"), della sua diversità con l'induzione fisica ("invarianza delle leggi dei fenomeni") e di come esso costituisca un esempio elementare del carattere non strettamente deduttivo del ragionamento matematico.*

Al termine del percorso liceale, che cosa deve conoscere lo studente?

- *Al termine del percorso didattico lo studente avrà approfondito i procedimenti caratteristici del pensiero matematico (definizioni, dimostrazioni, generalizzazioni, formalizzazioni),*
- *conoscerà le metodologie di base per la costruzione di un modello matematico di un insieme di fenomeni, saprà applicare quanto appreso per la soluzione di problemi, anche utilizzando strumenti informatici di rappresentazione geometrica e di calcolo.*
- *Tali capacità operative saranno particolarmente accentuate nel percorso del liceo scientifico, con particolare riguardo per quel che riguarda la conoscenza del calcolo infinitesimale e dei metodi probabilistici di base.*

Indicazioni sull'uso degli strumenti informatici

- *Gli strumenti informatici oggi disponibili offrono contesti idonei per rappresentare e manipolare oggetti matematici.*
- *L'insegnamento della matematica offre numerose occasioni per acquisire familiarità con tali strumenti e per comprenderne il valore metodologico. Il percorso, quando ciò si rivelerà opportuno, favorirà l'uso di questi strumenti, anche in vista del loro uso per il trattamento dei dati nelle altre discipline scientifiche.*
- *L'uso degli strumenti informatici è una risorsa importante che sarà introdotta in modo critico, senza creare l'illusione che essa sia un mezzo automatico di risoluzione di problemi e senza compromettere la necessaria acquisizione di capacità di calcolo mentale.*

Evitare dispersioni in tecnicismi ripetitivi o casistiche sterili...

- *L'ampio spettro dei contenuti che saranno affrontati dallo studente richiederà che l'**insegnante** sia consapevole della necessità di un **buon impiego del tempo disponibile**.*
- *Ferma restando l'importanza dell'acquisizione delle tecniche, **verranno evitate dispersioni in tecnicismi ripetitivi o casistiche sterili** che non contribuiscono in modo significativo alla comprensione dei problemi.*
- ***L'approfondimento degli aspetti tecnici**, sebbene maggiore nel liceo scientifico che in altri licei, **non perderà mai di vista l'obiettivo della comprensione in profondità** degli aspetti concettuali della disciplina.*

Un'indicazione condivisibile, ma contraddittoria con la vastità dei contenuti

*“L'indicazione principale è:
pochi concetti e metodi fondamentali,
acquisiti in profondità”*

Qualche osservazione sulle *Indicazioni nazionali...*

Primo Biennio **Aritmetica e algebra** Liceo scientifico

- *Concetti di vettore, di dipendenza e indipendenza lineare, di prodotto scalare e vettoriale nel piano e nello spazio nonché gli elementi del calcolo matriciale.*

Primo Biennio **Geometria** Liceo scientifico

- *Saranno inoltre studiate le funzioni circolari e le loro proprietà e relazioni elementari, i teoremi che permettono la risoluzione dei triangoli e il loro uso nell'ambito di altre discipline, in particolare nella fisica.*

Quinto Anno **Relazioni e funzioni** Liceo Scientifico

- *Altro importante tema di studio sarà il concetto di equazione differenziale, cosa si intenda con le sue soluzioni e le loro principali proprietà, nonché alcuni esempi importanti e significativi di equazioni differenziali, con particolare riguardo per l'equazione della dinamica di Newton.*

Qualche osservazione...

Quinto Anno (2 ore settimanali!) **Relazioni e funzioni** Liceo Classico

- *Lo studente acquisirà i principali concetti del calcolo infinitesimale – in particolare la continuità, la derivabilità e l'integrabilità – anche in relazione con le problematiche in cui sono nati (velocità istantanea in meccanica, tangente di una curva, calcolo di aree e volumi).*
- *Non sarà richiesto un particolare addestramento alle tecniche del calcolo, che si limiterà alla capacità di derivare le funzioni già studiate, semplici prodotti, quozienti e composizioni di funzioni, le funzioni razionali e alla capacità di integrare funzioni polinomiali intere e altre funzioni elementari, nonché a determinare aree e volumi in casi semplici.*

Quinto Anno (2 ore settimanali!) **Geometria** Liceo Classico

- *Lo studente apprenderà i primi elementi di geometria analitica dello spazio e la rappresentazione analitica di rette, piani e sfere.*

Non sono ben delineati i possibili ambiti di valutazione nell'esame di Stato

- Nelle indicazioni nazionali non sono ben delineati i possibili ambiti di valutazione nell'esame di Stato (ex-maturità).
- In vista della valutazione al termine della scuola secondaria superiore occorre essere molto più precisi.
- Pertanto è necessario sia scritto un *syllabus* delle conoscenze e delle abilità che possono essere soggette alla valutazione nell'esame finale.
- Le indicazioni attuali sono piene di buone intenzioni e di raccomandazioni sicuramente **condivisibili**, ma sono troppo generiche... o difficili da realizzare
- Ogni insegnante le può interpretare come vuole, vanificando quindi il tentativo di cambiamento.

Il I biennio del liceo scientifico è troppo carico... Il 5^a anno dovrebbe essere più preciso

- Le Indicazioni nazionali sono senz'altro condivisibili dal punto di vista metodologico, ma...
- Il Primo biennio del liceo scientifico è troppo carico di argomenti, in particolare appare problematica la collocazione nel I biennio:
 - delle funzioni circolari (trigonometria)
 - del calcolo con i vettori (sembra veramente troppo che nel I biennio si debba fare il prodotto scalare e il prodotto vettoriale ...).
- Inoltre, non è ben articolata la scansione relativa in particolare al 5^a anno. Da queste indicazioni sembra che al 5^a anno si debba parlare solo dell'assiomatizzazione.
- Occorre un raccordo più preciso con l'università, nelle facoltà scientifiche o a ingegneria non si richiede certamente solo la conoscenza del metodo assiomatico; e nemmeno all'esame di Stato di liceo scientifico...

Linee guida per gli Istituti Tecnici e gli Istituti Professionali per la Matematica

La stesura è ancora limitata (novembre 2010) al **primo biennio**, su due colonne (conoscenze e abilità) senza troppe velleità e senza i voli pindarici dei licei; forse un po' piatta, ma chiara. Fra le *competenze attese* a conclusione dell'obbligo forse è poco chiara la seguente:

- *utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico rappresentandole anche sotto forma grafica*

Linee guida per gli Istituti Tecnici e gli Istituti Professionali per la Matematica

Primo biennio

Suddivisione in quattro ambiti (gli stessi delle *Indicazioni nazionali* per i Licei):

- Aritmetica e algebra
- Geometria
- Relazioni e funzioni
- Dati e previsioni

Istituti Tecnici e Istituti Professionali

Linee guida - Matematica - Primo biennio

Il docente di “Matematica” concorre a far conseguire allo studente, al termine del percorso quinquennale, risultati di apprendimento che lo mettono in grado di:

- padroneggiare il linguaggio formale e i procedimenti dimostrativi della matematica;*
- possedere gli strumenti matematici, statistici e del calcolo delle probabilità necessari per la comprensione delle discipline scientifiche e per poter operare nel campo delle scienze applicate;*
- collocare il pensiero matematico e scientifico nei grandi temi dello sviluppo della storia delle idee, della cultura, delle scoperte scientifiche e delle invenzioni tecnologiche*

Matematica - Primo biennio

Ai fini del raggiungimento dei risultati di apprendimento sopra riportati in esito al percorso quinquennale, nel primo biennio il docente persegue, nella propria azione didattica ed educativa, l'obiettivo prioritario di far acquisire allo studente le competenze di base attese a conclusione dell'obbligo di istruzione, di seguito richiamate:

- **utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico rappresentandole anche sotto forma grafica**
- **confrontare ed analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni**
- **individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi**
- **analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico**

L'articolazione dell'insegnamento di “Matematica” in conoscenze e abilità è di seguito indicata quale orientamento per la progettazione didattica del docente in relazione alle scelte compiute nell'ambito della programmazione collegiale del Consiglio di classe.

Nella scelta dei problemi, è opportuno fare riferimento sia ad aspetti interni alla matematica, sia ad aspetti specifici collegati ad ambiti scientifici (economico, sociale, tecnologico) o, più in generale, al mondo reale.

Aritmetica e algebra - Primo biennio

Conoscenze

Aritmetica e algebra

- I numeri: naturali, interi, razionali, sotto forma frazionaria e decimale, irrazionali e, in forma intuitiva, reali; ordinamento e loro rappresentazione su una retta. Le operazioni con i numeri interi e razionali e le loro proprietà.
- Potenze e radici. Rapporti e percentuali. Approssimazioni.
- Le espressioni letterali e i polinomi. Operazioni con i polinomi.

Abilità

Aritmetica e algebra

- Utilizzare le procedure del calcolo aritmetico (a mente, per iscritto, a macchina) per calcolare espressioni aritmetiche e risolvere problemi; operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati.
- Calcolare semplici espressioni con potenze e radicali. Utilizzare correttamente il concetto di approssimazione.
- Padroneggiare l'uso della lettera come mero simbolo e come variabile; eseguire le operazioni con i polinomi; fattorizzare un polinomio.

Geometria - Primo biennio

Conoscenze

Geometria

- Gli enti fondamentali della geometria e il significato dei termini postulato, assioma, definizione, teorema, dimostrazione. Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. Le principali figure del piano e dello spazio.
- Il piano euclideo: relazioni tra rette, congruenza di figure, poligoni e loro proprietà. Circonferenza e cerchio. Misura di grandezze; grandezze incommensurabili; perimetro e area dei poligoni. Teoremi di Euclide e di Pitagora.
- Teorema di Talete e sue conseguenze. Le principali trasformazioni geometriche e loro invarianti (isometrie e similitudini). Esempi di loro utilizzazione nella dimostrazione di proprietà geometriche.

Abilità

Geometria

- Eseguire costruzioni geometriche elementari utilizzando la riga e il compasso e/o strumenti informatici.
- Conoscere e usare misure di grandezze geometriche: perimetro, area e volume delle principali figure geometriche del piano e dello spazio.
- Porre, analizzare e risolvere problemi del piano e dello spazio utilizzando le proprietà delle figure geometriche oppure le proprietà di opportune isometrie. Comprendere dimostrazioni e sviluppare semplici catene deduttive.

Relazioni e funzioni - Primo biennio

Conoscenze

Relazioni e funzioni

- Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Linguaggio degli insiemi e delle funzioni (dominio, composizione, inversa, ecc.). Collegamento con il concetto di equazione. Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa).
- Equazioni e disequazioni di primo e secondo grado. Sistemi di equazioni e di disequazioni.
- Il metodo delle coordinate: il piano cartesiano. Rappresentazione grafica delle funzioni.

Abilità

Relazioni e funzioni

- Risolvere equazioni e disequazioni di primo e secondo grado; risolvere sistemi di equazioni e disequazioni.
- Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate. Studiare le funzioni $f(x) = ax + b$ e $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- Risolvere problemi che implicano l'uso di funzioni, di equazioni e di sistemi di equazioni anche per via grafica, collegati con altre discipline e situazioni di vita ordinaria, come primo passo verso la modellizzazione matematica.

Dati e previsioni - Primo biennio

Conoscenze

Dati e previsioni

- Dati, loro organizzazione e rappresentazione. Distribuzioni delle frequenze a seconda del tipo di carattere e principali rappresentazioni grafiche. Valori medi e misure di variabilità.
- Significato della probabilità e sue valutazioni. Semplici spazi (discreti) di probabilità: eventi disgiunti, probabilità composta, eventi indipendenti. Probabilità e frequenza.

Abilità

Dati e previsioni

- Raccogliere, organizzare e rappresentare un insieme di dati. Calcolare i valori medi e alcune misure di variabilità di una distribuzione.
- Calcolare la probabilità di eventi elementari.

Gli insegnanti di matematica e le nuove indicazioni

La tentazione dei docenti può essere:

- *Nonostante queste nuove indicazioni continuo a fare quel che ho sempre fatto! Perché dovrei cambiare?*

Ma sarebbe un atteggiamento sbagliato...

Le nuove *Indicazioni nazionali*, pur con i limiti evidenziati, possono essere un'occasione per rinnovare e migliorare l'insegnamento e l'apprendimento della matematica nella Scuola secondaria di II grado.

Si può concludere questa conversazione citando la **mozione** approvata nell'Assemblea dell' UMI lo scorso maggio.

Mozione dell'UMI, 15 maggio 2010

L'Assemblea UMI, riunita a Bologna in data 15 maggio 2010, presa visione dei testi attualmente disponibili in merito alla riforma della Scuola Secondaria di II grado,

- *esprime forte preoccupazione per la marcata differenza di struttura e di presentazione fra le indicazioni nazionali per i Licei e per gli Istituti Tecnici;*
- *ritiene infatti che siano necessarie una visione unitaria della disciplina, una coerenza di impostazione, e un coordinamento fra le commissioni che porti anche alla pubblicazione delle indicazioni in tempi paralleli e adeguati per la loro applicazione nelle scuole (ad esempio, il Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate e l'Istituto Tecnico Industriale potrebbero addirittura condividere in gran parte i curricula di Matematica del I biennio);*
- *in un'ottica analoga ribadisce che non ci sono motivi culturali che giustifichino una separazione delle classi di abilitazioni fra Licei e Istituti Tecnici;*

Mozione dell'UMI, 15 maggio 2010

- *vede con molto favore la presenza di nuovi argomenti nelle indicazioni di tutti i Licei (Analisi Matematica, Probabilità e Statistica, ecc.); tuttavia rileva che il quadro orario di 2 ore settimanali (in media) negli ultimi tre anni appare totalmente inadeguato;*
- *sottolinea l'esigenza di arrivare a un quadro di riferimento chiaro per la valutazione degli studenti, che includa un "syllabus" per la prova conclusiva per il Liceo Scientifico;*
- *rileva anzi l'opportunità di prevedere prove di certificazione delle conoscenze matematiche conclusive per tutte le Scuole superiori;*
- *infine propone che in particolare nell'ultimo anno delle Scuole superiori siano promosse e incentivate possibilità per gli studenti di approfondire certe discipline, anche in collegamento con le future scelte universitarie.*