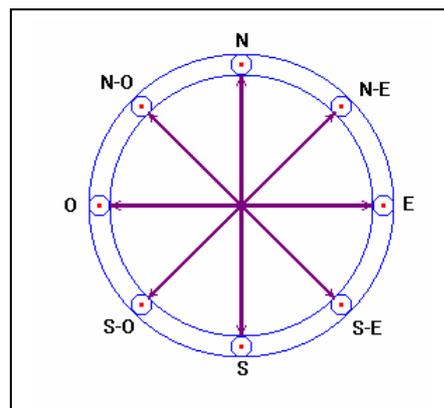
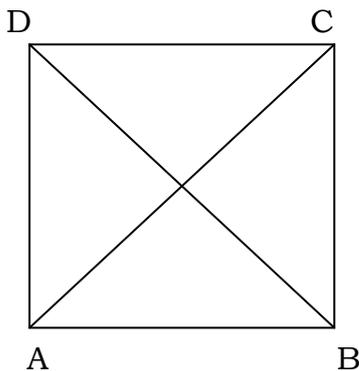


19^a Gara Matematica “ Città di Padova “ 27 Marzo 2004

- 1.- Dato un circolo, si determinino i quadrilateri di area massima in esso inscritti.
- 2.- Dimostrare che, per ogni n dispari maggiore di 1, il numero :
$$6^n + 8^n + 10^n$$
è divisibile per 72.
- 3.- Con riferimento a un sistema di coordinate cartesiane dello spazio, si consideri il quadrato del piano xy che ha centro nell'origine e un vertice nel punto $A(4, 4, 0)$, e una piramide retta di base il quadrato ed altezza 8 . Quanti punti di coordinate intere sono interni alla piramide ? Quanti giacciono sulla sua superficie ?
- 4.- Si sa che il polinomio $P(x)$ diviso per $x-2$ dà per resto 2, diviso per $x-3$ dà per resto 3. Qual è il resto della divisione di $P(x)$ per $x^2 - 5x + 6$?
- 5.- Il numero $\log_n(n+1)$ è irrazionale per ogni n naturale diverso da 0 e 1 ?
- 6.- In un viale lungo 6 Km, che collega una città C ad un suo sobborgo S, ad ogni Km c'è un semaforo. Tali semafori sono sincronizzati in modo che una automobile che va da C ad S con una velocità di 60 Km/h, se trova un semaforo verde, trova verdi anche i successivi. Ogni semaforo dà via libera alle macchine per 15 secondi ed è rosso per 30. Quanto tempo impiega l'automobile per andare da C ad S ? Se l'automobile deve invece andare da S a C, alla stessa velocità, a quanti semafori al massimo può passare senza fermarsi ? A che velocità dovrebbe muoversi per andare da S a C senza mai fermarsi ai semafori ?

7.-



Un pedone si sposta da un angolo all'altro di una piazza quadrata ABCD camminando lungo uno dei lati della piazza o attraversandola in diagonale secondo gli ordini che vengono da una roulette a bussola.

La pallina si ferma sulla bussola in una (a caso) delle otto posizioni : Nord, Nord-Est, Est, Sud-Est, ...ecc. Se il pedone non può eseguire l'istruzione (p.e. se è in A e la roulette gli indica di andare a N-O), resta fermo e aspetta l'ordine successivo.

Qual è la probabilità che il pedone, inizialmente in A :

- i) si trovi ancora in A dopo due giri della roulette ?
- ii) si trovi ancora in A dopo tre giri della roulette ?
- iii) si trovi in B dopo tre giri ?

- 8.- Si consideri un triangolo equilatero OAB di lato r . Sia H il punto medio del lato OA, e Q un punto della semiretta HB tale che $OQ = 2r$.
Siano S e T i punti di contatto delle tangenti condotte da Q al circolo di centro O passante per A.
Si verifichi che la retta HT è parallela ad una delle altezze del triangolo OAB.