

1.- Si costruisca il quadrato che ha i 4 vertici sul bordo di un semicerchio.

2.- È vero che per ogni naturale $n > 0$ la somma Σ
 $3^n + 4^n + 5^n$

è divisibile per 6?

Ed è vero che, se n è dispari e maggiore di 1, allora Σ è divisibile per 36?

3.- Un aereo percorre la sua rotta rettilinea ad una velocità di 600 km/h. Ad un certo istante il pilota vede un lampo davanti, alla sua destra, nella direzione che forma un angolo di 45° con quella della rotta. Dopo 6 secondi ode il relativo tuono. Supponendo che la velocità del suono a quella altitudine sia di 1000 km/h, si dica a quale distanza dall'aereo si è verificato il lampo.

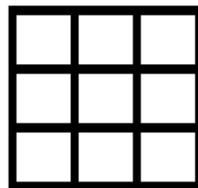
4.- Dati due polinomi di secondo grado a coefficienti reali, si verifichi che se essi sono irriducibili la loro somma o la loro differenza è ancora un polinomio irriducibile.

5.- I proprietari di una catena \mathcal{C} di n negozi ne acquistano due che valgono complessivamente il 20 % del valore della catena \mathcal{C} e ciascuno meno di ognuno degli n negozi di \mathcal{C} .

Dopo un paio di anni, visto che l'operazione aveva dato buoni frutti, decidono di acquistarne altri due che valgono ciascuno più degli altri negozi già posseduti, e così il valore complessivo dei negozi aumenta del 20 %.

Quanti erano inizialmente i negozi della catena \mathcal{C} ?

6.- In quanti modi è possibile disporre tutti i numeri naturali da 1 a 9 nelle nove caselle del quadrato in modo che in due caselle contigue (cioè con un lato in comune) non ci siano mai due numeri pari?



7.- Nel piano euclideo abbiamo n rette, a due a due non parallele e tali che per uno stesso punto passano al più due rette. Tale famiglia di rette divide il piano in un numero $p(n)$ di parti; per esempio se $n=1$ allora $p(n)=2$, se $n=2$ allora $p(n)=4$, ...

Trovare una formula ricorsiva che fornisca $p(n+1)$ in funzione di $p(n)$.

8.- Si suddivida un tetraedro regolare \mathcal{T} di lato 2 dm tagliandolo con i 4 piani paralleli alle facce e passanti per i punti medi degli spigoli. Si otterranno così quattro tetraedri più piccoli ed un ottaedro \mathcal{O} tutti di lato 1 dm. Qual è il rapporto tra il volume del tetraedro \mathcal{T} e quello dell'ottaedro \mathcal{O} ? Si sfrutti il risultato per ottenere una formula che dia il volume di un ottaedro regolare in funzione del lato.