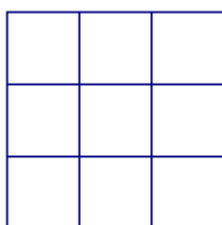


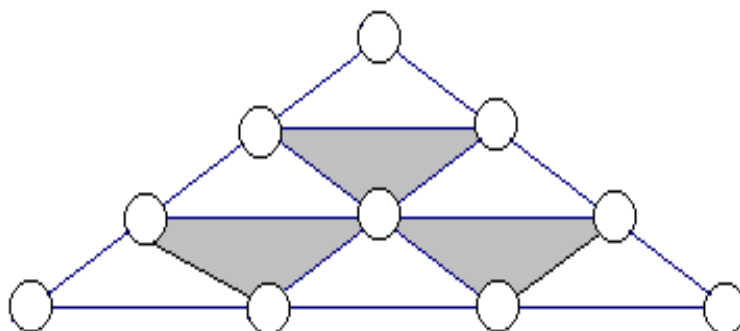
9ª GARA MATEMATICA “CITTÀ DI PADOVA”
19 MARZO 1994

- 1.- Cinque squadre di calcio si affrontano in un breve torneo in cui ogni squadra incontra ciascun'altra una sola volta. Se si vuole che in cinque giornate successive riposino, a turno, le squadre A, B, C, D, E (in quest'ordine), in quanti modi diversi si può programmare il calendario del torneo ?
- 2.- Si dimostri che tre numeri (diversi da zero) soddisfano alla condizione :

$$a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)^3$$
 se e solo se due di essi sono l'uno l'opposto dell'altro .
- 3.- In quanti modi diversi è possibile scrivere i numeri da 1 a 9 nelle caselle del quadrato sottostante in modo che numeri successivi stiano sempre in caselle contigue (cioè con un lato in comune) ?

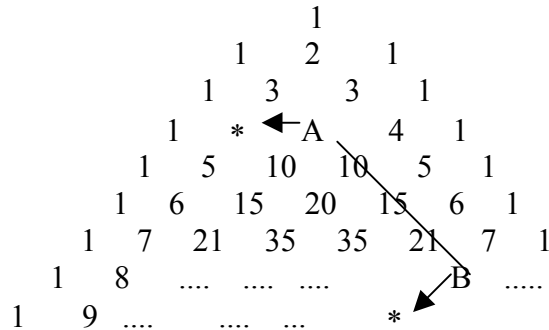


- 4.- Si consideri un triangolo equilatero ABC di lato 2, e sia CA_1 una altezza .
 Si costruisca il triangolo equilatero A_1B_1C (in modo che B e B_1 stiano dalla stessa parte rispetto alla retta CA_1) e sia CA_2 una sua altezza.
 Si costruisca il triangolo equilatero A_2B_2C (in modo che B_1 e B_2 stiano dalla stessa parte rispetto alla retta CA_2) e sia CA_3 una sua altezza .
 Ripetendo la costruzione si trovano i punti A, A_1 , A_2 , A_3 , ... , A_n ,
 Se A_k è il primo di questi punti che appartiene al lato AC, quanto misura la spezzata $AA_1A_2A_3...A_k$?
- 5.- Sia dato un segmento AB appartenente a una retta esterna ad una circonferenza ℓ .
 Se P è un punto di ℓ , si consideri l'angolo APB. Come si deve scegliere P (sulla circonferenza) affinché quest'angolo sia massimo ? Come si deve scegliere P affinché sia minimo ?
- 6.- In quanti modi si possono disporre tutti i numeri naturali da 1 a 10 nelle caselle della figura ?



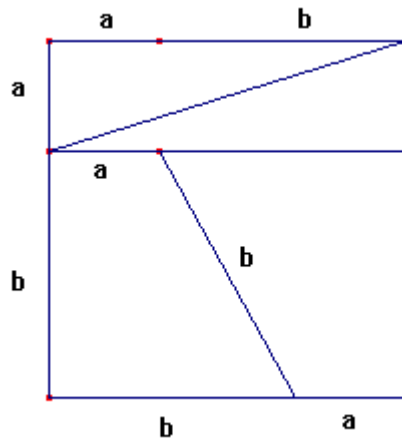
Per ciascun triangolino bianco si sommano i numeri disposti sui vertici . Si dimostri che in nessun caso le sei somme possono essere tutte uguali se al centro compaiono i numeri 5 o 10 .

7.- Nel triangolo di Tartaglia si consideri un segmento AB parallelo a un lato obliquo, come in figura :



Si verifichi che la somma dei numeri che stanno sul segmento AB è uguale alla differenza tra i due numeri che stanno nelle posizioni asteriscate nella figura (cioè il primo a Sud-Ovest dell'estremo basso, il secondo a Ovest dell'estremo alto) .

8.- Come devono essere le lunghezze a, b in modo che le quattro parti si possano ricomporre formando un rettangolo ?



Trovare almeno un'altra suddivisione del quadrato in due trapezi congruenti e due triangoli congruenti in modo che, ricomponendo i quattro pezzi si ottenga un rettangolo in maniera non banale (nel rettangolo i due trapezi devono avere al più un punto in comune) :

