

**Prova parziale del corso  
Analisi Matematica e Geometria  
13/12/2016**

TEMA A

---

1. Una funzione  $f : A \rightarrow B$  è iniettiva se e solo se

- (A) per ogni  $x_1, x_2 \in A$ ,  $f(x_1) \neq f(x_2) \implies x_1 \neq x_2$ ;
- (B) per ogni  $x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 = x_2 \implies f(x_1) = f(x_2)$ ;
- (C) per ogni  $x_1, x_2 \in A$ ,  $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$ ;
- (D) per ogni  $y \in B$  esiste  $x \in A$  tale che  $f(x) = y$ .

2. Una funzione  $f : A \rightarrow B$  è suriettiva se e solo se

- (A) per ogni  $x \in A$  esiste  $y \in B$  tale che  $f(x) = y$ ;
- (B) per ogni  $y \in B$  esiste  $x \in A$  tale che  $f(x) = y$ ;
- (C) è invertibile;
- (D) è iniettiva.

3. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = x^2$ , per ogni  $x \in \mathbb{R}$ . Allora

- (A)  $f$  è invertibile;
- (B)  $f$  è iniettiva;
- (C)  $f$  è suriettiva;
- (D)  $f$  non è né iniettiva né suriettiva.

4. Sia  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  la funzione definita da  $f(x) = x^2$ , per ogni  $x \in \mathbb{N}$ . Allora
- (A)  $f$  è iniettiva;
  - (B)  $f$  è suriettiva;
  - (C)  $f$  è invertibile;
  - (D) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.
5. Sia  $I = \left\{ \frac{n}{n+1} \mid n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \right\} \subseteq \mathbb{R}$ . Allora
- (A) 0 è un punto di accumulazione per  $I$ ;
  - (B) 1 è un punto isolato per  $I$ ;
  - (C) 1 è un punto di accumulazione per  $I$ ;
  - (D) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.
6. Siano  $f$  e  $g$  due funzioni  $X \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e sia  $x_0$  un punto di accumulazione per  $X$ . Supponiamo che  $f$  sia infinitesima in  $x_0$  e che  $g$  sia limitata. Allora
- (A) il prodotto  $fg$  è una funzione infinitesima in  $x_0$ ;
  - (B) il prodotto  $fg$  è una funzione limitata in  $x_0$ ;
  - (C) il prodotto  $fg$  non ammette limite per  $x \rightarrow x_0$ ;
  - (D) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.
7. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione periodica non costante. Allora
- (A)  $f$  è limitata;
  - (B)  $f$  ammette limite per  $x \rightarrow -\infty$  ma non per  $x \rightarrow +\infty$ ;
  - (C)  $f$  ammette limite per  $x \rightarrow +\infty$  ma non per  $x \rightarrow -\infty$ ;
  - (D)  $f$  non ammette limite per  $x \rightarrow -\infty$  o per  $x \rightarrow +\infty$ .
8. La funzione  $\mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \frac{1}{x-1}$  è
- (A) strettamente monotona su tutto il suo dominio;
  - (B) strettamente monotona su  $] -\infty, 2[$ ;
  - (C) strettamente monotona su  $] -1, +\infty[$ ;
  - (D) strettamente monotona su  $] -\infty, 1[$  e strettamente monotona su  $]1, +\infty[$ .

9. La funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{se } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ x + 3, & \text{se } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

- (A) non è prolungabile per continuità in  $\frac{\pi}{2}$ ;
- (B) è prolungabile per continuità in  $\frac{\pi}{2}$ ;
- (C) è continua in tutto il suo dominio;
- (D) non è definita in  $x = \frac{1}{2}$ .

10. Sia  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua. Allora

- (A)  $f$  è derivabile;
- (B)  $f$  è costante;
- (C)  $f$  è limitata;
- (D) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.

11. Sia  $p$  un polinomio a coefficienti reali e di grado dispari. Allora

- (A)  $p$  non ammette alcuna radice reale;
- (B)  $p$  ammette almeno una radice reale;
- (C)  $p$  è una funzione limitata;
- (D) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.

12. Il limite per  $x \rightarrow 0$  della funzione  $x \mapsto \frac{\sin x}{x}$

- (A) non esiste;
- (B) esiste ed è uguale a 0;
- (C) esiste ed è uguale a 1;
- (D) esiste ed è uguale a  $+\infty$ .

13. Sia  $f : X \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile. Allora

- (A)  $f$  è continua in  $X$ ;
- (B)  $f$  è limitata in  $X$ ;

- (C)  $f$  è non nulla in  $X$ ;
- (D) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.

**14.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Allora

- (A) la derivata di  $f$  in 0 vale  $-\infty$ ;
- (B) la derivata di  $f$  in 0 vale  $+\infty$ ;
- (C)  $f$  è derivabile in 0;
- (D)  $f$  è continua ma non derivabile in 0.

**15.** Sia  $f$  una funzione reale di variabile reale e supponiamo che la funzione  $x \mapsto \log(f(x))$  sia definita in un certo sottoinsieme di  $\mathbb{R}$ . Allora le funzioni  $x \mapsto \log(f(x))$  e  $x \mapsto \log|f(x)|$

- (A) sono uguali;
- (B) hanno la stessa derivata rispetto a  $x$ ;
- (C) differiscono per una costante;
- (D) sono entrambe non derivabili.

**16.** Sia  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile e sia  $x_0 \in ]a, b[$ . Supponiamo che  $f'(x_0) = 0$ . Allora

- (A)  $x_0$  è un punto di massimo o di minimo relativo per  $f$ ;
- (B)  $x_0$  è un punto di massimo o di minimo assoluto per  $f$ ;
- (C)  $f$  si annulla in  $x_0$ ;
- (D) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.

**17.** Sia  $p(x) = x^{1997} + 2x + 3$ . Allora

- (A)  $p$  ammette uno ed un solo zero reale;
- (B)  $p$  ha esattamente due zeri reali;
- (C)  $p$  ha esattamente 1997 zeri reali;
- (D)  $p$  non ammette alcuno zero reale.

**18.** Sia  $f$  una funzione reale di una variabile reale. Supponiamo che  $f$  sia derivabile in tutto il suo dominio e che la sua derivata sia nulla in ogni punto. Allora

- (A)  $f$  è costante;
- (B)  $f$  è limitata;
- (C)  $f$  è la funzione nulla;
- (D) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.

**19.** La pendenza della retta tangente al grafico della funzione  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto e^{-x} + 2x$  nel punto di coordinate  $(\pi, e^{-\pi} + 2\pi)$  è uguale a

- (A) 0;
- (B)  $-e^{-\pi} + 2$ ;
- (C)  $e^{-\pi} + 2\pi$ ;
- (D) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.

**20.** Tutte e sole le primitive della funzione  $\mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{x}$  sono

- (A)  $\log(x) + c, c \in \mathbb{R}$ ;
- (B)  $\log|x| + c, c \in \mathbb{R}$ ;
- (C)  $\log(x)$ ;
- (D)  $\log|x|$ .

**21.** Siano  $f$  e  $g$  due funzioni reali di una variabile reale. Allora  $g$  è una primitiva di  $f$  se e solo se

- (A)  $g' = f'$ ;
- (B)  $g = f'$ ;
- (C)  $g' = f$ ;
- (D) nessuna delle precedenti affermazioni è corretta.

**22.** Siano  $\mathcal{P}$  e  $\mathcal{Q}$  due proposizioni. La proposizione  $(\text{non } \mathcal{P}) \Rightarrow (\text{non } \mathcal{Q})$  è equivalente a

- (A)  $\mathcal{Q} \Rightarrow \mathcal{P}$ ;
- (B)  $\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}$ ;
- (C)  $(\text{non } \mathcal{Q}) \Rightarrow (\text{non } \mathcal{P})$ ;
- (D)  $\mathcal{Q} \Rightarrow (\text{non } \mathcal{P})$ .