6) Supponiamo di conoscere gli autovalori (autovalori di A, cioè, possiamo ottenere gli autovalori facilmente di

(a) $-A$
(b) A^{-1} (se esiste)
(c) A^2
(d) $f(A)$ dove $f(x)$ è polinomiale
(e) A^k

Esempio: autovalori di $-A$ = autovalori di A
(ma gli stessi autovalori)
$A\vec{v} = \lambda\vec{v}$ con $\vec{v} \neq 0$ e $\lambda \neq 0$

se A invertibile, A autovalore allora $\lambda \neq 0$
$\Rightarrow \frac{1}{\lambda}$ autovalore di A^{-1}
$A\vec{v} = \lambda\vec{v}$ $\Rightarrow$ $A^{-1}A\vec{v} = A^{-1}\lambda\vec{v}$
$\Rightarrow \vec{v} = \lambda A^{-1}\vec{v}$

- $A \in M^1$ hanno lo stesso polinomio caratteristico, perché $(x-A)^T = x - A^T$
Ignorando il determinante
$p_A(x) = p_{A^T}(x)$
MA NON vuol dire hanno gli stessi autovalori, e neanche che la matrice sia simile.

- Se $\lambda \in$ autovalore di A, allora $f(\lambda) \in$ autovalore di $f(A)$
$\vec{v}$ $A\vec{v} = \lambda\vec{v}$ $\Rightarrow f(A)\vec{v} = f(\lambda)\vec{v}$
Non vuol vedere: $A^2\vec{v} = \lambda^2\vec{v}$
$A^3\vec{v} = \lambda^3\vec{v}$ $\Rightarrow$ $\lambda^3 \in$ autovalore di ...

7) Matrice per corrispondenza (modulo 2x2) che

A, B diagonalizzabili: $\Rightarrow$ AB diagonalizzabile
A+B diagonalizzabile
$\not\Rightarrow$

$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ diagonale, $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ diagonalizzabile, ma $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ che non è diagonalizzabile
$f(x) = x(x-1)$
quindi $\sim \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ non è diagonalizzabile, ma $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ che è diagonalizzabile.

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ non è diagonalizzabile, ma $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ che è diagonalizzabile.
(matrice 0)

$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ non sono diagonalizzabili, ma la loro somma è $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (diagonale...)

8) Se A regola di Sarrus invertibile (cioè $\det \neq 0$) allora

$AB = BA$ (cioè che: $AB = A^{-1}BA$
$= A^{-1}(AB)A$ ...)

e quindi hanno stesso pol. caratt.

In generale (Sarrus spoiler) $AB \in BA$ non sono simili, non hanno stesso pol. caratt.

Sugg.: $\begin{pmatrix} 0 & A_1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 0 & A_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
quindi $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ...

$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ è invertibile (det $= 0$),
ma E simile con nessuna $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Si consuma $\begin{pmatrix} 0 & A_1 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & A_1 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & A_1 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & A_1 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}$
(sono $= \begin{pmatrix} 0 & A_1 \\ 0 & A_2 \end{pmatrix}$)

Nota: se $\det \neq$ 0 allora $\det \neq 0$ ...
$\det \neq 0 \Rightarrow \det \neq 0$ ...

Esercizio facoltativo del problema generale:

Se $A \in M_2(\mathbb{R})$, $p_A(x) = (x-\lambda)(x-\lambda)$ con $\lambda \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$
$= x^2 - (\lambda + \lambda)x + \lambda\lambda$
$= x^2 - 2\,\mathrm{Re}(\lambda)x + |\lambda|^2$

allora $A \sim \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ con coefficienti $\sigma, \tau \in \mathbb{R}^2$
$\sigma \in \mathbb{R}$

allora σ, τ sono tali che σ^2
$\frac{\sigma^2\tau^2}{\det(A)}$; $\frac{\sigma^2\tau^2}{\mathrm{Tr}(A)}$ sono SEMPRE REALI per $\mathbb{R}^2$

e, nel caso che tale polinomio calcolare la matrice di $\mathbb{R}$:

allora $d = x_1 + x_2$ $(x_1, x_2 \in \mathbb{R})$
$c = x_1 + x_2$ $(x_1, x_2 \in \mathbb{R}^2)$

e $\begin{cases} A\vec{v} = \vec{v} \\ A\vec{w} = \vec{w} \end{cases}$

Dunque $A(\vec{v}_1 + i\vec{v}_2) = (\vec{v}_1 + i\vec{v}_2)(\vec{v}_1 + i\vec{v}_2)$
$A\vec{v}_1 + iA\vec{v}_2 = (x_1\vec{v}_1 - x_2\vec{v}_2) + i(x_1\vec{v}_2 + x_2\vec{v}_1)$

cioè $A\vec{v}_1 = x_1\vec{v}_1 - x_2\vec{v}_2$
$A\vec{v}_2 = x_1\vec{v}_2 + x_2\vec{v}_1$

dunque scelta base $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$ abbiamo matrice REALE
$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2 & x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{Re}(\lambda) & \mathrm{Im}(\lambda) \\ -\mathrm{Im}(\lambda) & \mathrm{Re}(\lambda) \end{pmatrix}$ #

Riguardo la teoria del Jordan problemi residui problemi per SINGOLARI:

(a) Se A diagonalizzabile, allora, quando inserisco in ordine gli autovalori, possiamo sostituirne la classe di loro

(ci sono moltissimi Polinomi MA Simili ha lasciato e che abbiamo SOLO polinomio caratteristico e SOLO polinomio minimo:
quindi i due polinomi NON bastano per caratterizzare la classe di sim. di matrici.)

Nota: bisogna usare matrici 4×4 usare indirizzi

(b) Una matrice $A \in M_3(\mathbb{R})$ ha polinomio caratteristico $(x-1)(x-3)^2 x+1)$, quanto che è diagonalizzabile, su $\mathbb{C}$, che cosa ci si è $\mathbb{R}$, ma $A \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

con 3 matrice 2x2 da trovare...

Generalmente: se $A \in M_n(\mathbb{R})$ ha polinomio minimo $(x-1)(x-3)(x-2)(x-2)$
con $3 \in \mathbb{R}$, $-2 \in \mathbb{R}$
$\Rightarrow$ $\mathbb{R}$

allora è diagonalizzabile su $\mathbb{C}$,
non è $\mathbb{R}$ $\mathbb{R}$, ma $A \sim \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 3 & & \\ & & 2 & \\ & & & 2 \end{pmatrix}$

Usati 2x2
Usati ...

$A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$ ha pol. caratt x^2, invece λ^2

$B = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$ idem

ma non sono simili (pensa le dimensioni dopo) multipli (pensa multipli) sono diversi:
$\det \lambda_1 \lambda_2 = 1$ $\det \lambda_1 \lambda_2 = 0$ ...
$\det \lambda_1 \lambda_2 = 1$ $\det \lambda_1 \lambda_2 = 0$ ...

Esercizio facoltativo del problema generale:

Se $A \in M_2(\mathbb{R})$, $p_A(x) = (x-\lambda)(x-\lambda)$ con $\lambda \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$
$= x^2 - (\lambda + \lambda)x + \lambda\lambda$
$= x^2 - 2\,\mathrm{Re}(\lambda)x + |\lambda|^2$

allora $A \sim \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ con coefficienti $\sigma, \tau \in \mathbb{R}^2$
$\sigma \in \mathbb{R}$

allora σ, τ sono tali che σ^2
$\frac{\sigma^2\tau^2}{\det(A)}$; $\frac{\sigma^2\tau^2}{\mathrm{Tr}(A)}$ sono SEMPRE REALI per $\mathbb{R}^2$

e, nel caso che tale polinomio calcolare la matrice di $\mathbb{R}$:

allora $d = x_1 + x_2$ $(x_1, x_2 \in \mathbb{R})$
$c = x_1 + x_2$ $(x_1, x_2 \in \mathbb{R}^2)$

e $\begin{cases} A\vec{v} = \vec{v} \\ A\vec{w} = \vec{w} \end{cases}$

Dunque $A(\vec{v}_1 + i\vec{v}_2) = (\vec{v}_1 + i\vec{v}_2)(\vec{v}_1 + i\vec{v}_2)$
$A\vec{v}_1 + iA\vec{v}_2 = (x_1\vec{v}_1 - x_2\vec{v}_2) + i(x_1\vec{v}_2 + x_2\vec{v}_1)$

cioè $A\vec{v}_1 = x_1\vec{v}_1 - x_2\vec{v}_2$
$A\vec{v}_2 = x_1\vec{v}_2 + x_2\vec{v}_1$

dunque scelta base $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$ abbiamo matrice REALE
$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2 & x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{Re}(\lambda) & \mathrm{Im}(\lambda) \\ -\mathrm{Im}(\lambda) & \mathrm{Re}(\lambda) \end{pmatrix}$ #

Esercizio: Trovare tutti i polinomi caratteristici

(a) Se A diagonalizzabile, quanti sono i polinomi caratteristici?
Supponi sostituire la classe di loro

(ci sono moltissimi Polinomi MA Simili ha lasciato e che abbiamo SOLO polinomio caratteristico e SOLO polinomio minimo:
quindi i due polinomi NON bastano per caratterizzare la classe di sim. di matrici.)

Nota: bisogna usare matrici 4×4 usare indirizzi

(b) Una matrice $A \in M_3(\mathbb{R})$ ha polinomio caratteristico $(x-1)(x-3)^2 x+1)$, quanto che è diagonalizzabile, su $\mathbb{C}$, che cosa ci si è $\mathbb{R}$, ma $A \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

con 3 matrice 2x2 da trovare...

Generalmente: se $A \in M_n(\mathbb{R})$ ha polinomio minimo $(x-1)(x-3)(x-2)(x-2)$
con $3 \in \mathbb{R}$, $-2 \in \mathbb{R}$
$\Rightarrow$ $\mathbb{R}$

allora è diagonalizzabile su $\mathbb{C}$,
non è $\mathbb{R}$ $\mathbb{R}$, ma $A \sim \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 3 & & \\ & & 2 & \\ & & & 2 \end{pmatrix}$

Usati 2x2
Usati ...

Problema concreto: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$p_A(x) = \begin{pmatrix} x-1 & -2 \\ 0 & x-1 \end{pmatrix} = (x-1)(x-1) = x^2 - 2x + 1$
$= \left\{ x(x-1)(1) \right\}$ $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-\frac{1}{2})(x-\frac{1}{2}) \\ (x-\frac{1}{2})(x-1) \\ (x-1)(x-1) \end{cases}$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$H^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} H = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = H\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} H^{-1}$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = H\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} H^{-1}$
$= H\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} H^{-1}$

Per trovare H consideriamo di una determinata soluzione per autovalore:
$\lim\left(\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_1 \mathbb{1}\right) = \lim\begin{pmatrix} 1-x_1 & -2 \\ 0 & 1-x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
$(\det(A) = 0 \Rightarrow$
$\lim\left(\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - x_2 \mathbb{1}\right) = \lim\begin{pmatrix} 1-x_2 & -2 \\ 0 & 1-x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
dunque $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
$M^2 = \frac{1}{\det(M)} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{0}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = H\begin{pmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & x_2 \end{pmatrix} H^{-1}$
$= \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & x_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{\det}$
$= \frac{1}{\det}\begin{pmatrix} x_1 & -2x_1 \\ 0 & x_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$= \frac{1}{\det}\begin{pmatrix} x_1 & -2x_1 \\ 0 & x_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$\boxed{x_1 = \frac{x_1^2 - x_1^2}{x_1 - x_2}} = \frac{(x_1 x_2)^2 - (x_1 x_2)^2}{\det}$ #

(c) Si calcola la forma di Jordan della potenza del matrice M (ignoriamo).

Nota: Se A ha un blocco nilpotente, e quindi $\lambda^2 = 0$, allora
$A = 2 \to 3(\lambda) = N$
$A^{-1} = 3^{-1} = 3(\lambda^2) = N$ (stesso stato!)

Invece se λ autovalore $\neq 0$, allora la forma di Jordan cambia con la potenza:
$J = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$, ma $J^2 = \begin{pmatrix} \lambda^2 & 2\lambda \\ 0 & \lambda^2 \end{pmatrix}$
tipo (λ, λ) tipo (λ^2, λ^2)

Esempio: questo blocco diventa la matrice M (ignoriamo diagonale)
(A nilpotente con λ diagonale λ blocchi tipo M
e A^2 diagonale λ N^2 ...)

Sicuramente $N = N_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$
Jordanizzabile

allora $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ha lo stesso 2 Jordan!
$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{cases} N^3 = 0 \\ N^2 \neq 0 \\ N^2 \neq 0 \end{cases}$
$N^2 = N^2 = 0$
(stesso lo notare 6)

Invece $N^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ha lo stesso 3
$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ quindi 3 Jordan Jordan!
$\begin{cases} N^3 = 0 \\ N^2 \neq 0 \\ N^2 \neq 0 \end{cases}$
$N^2 = N^2 = 0$
(stesso lo notare 6)

(d) Data $A \in M(\mathbb{R})$ abbiamo:
$\mathrm{Ker}(A) = \left\{ \frac{1}{2} \vec{v} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{v} \in \mathbb{R}^3, \vec{v} \in \mathbb{R}^3 \right\} = \mathrm{Im}(B)$
quindi polinomiale su A^2

e
$\mathrm{Ker}(A) = \{ \vec{v} \in \mathbb{R}^3 \mid \mathrm{Im}(B) \}$
$\Rightarrow$ cioè tutti di A = inoltre che cosa Im su A^2.

Quindi $\mathrm{Im}(A) \subseteq \mathrm{Ker}(A)$ (cioè autovalore vedere cioè λ $\mathbb{R}$.

Quanto vale $\mathrm{Im}(A)$? (cioè dimensioni lineari?)

(dim(Ker(A)) $\mathrm{Im}(A) = \mathbb{R}^3(\mathbb{R})$
= inoltre che cosa Im su A^2)

Ovviamente indicazioni alla forma di Jordan:

Se $A = H^{-1}JH$ allora $\mathrm{Ker}(A) = H^{-1}\mathrm{Ker}(J)H$
$\mathrm{Im}(A) = H^{-1}\mathrm{Im}(J)H$
quindi basta studiare la problema per J.

(e) Si calcola la forma di Jordan della potenza del matrice M (ignoriamo).

Nota: Se A ha un blocco nilpotente, e quindi $\lambda^2 = 0$, allora
$A = 2 \to 3(\lambda) = N$
$A^{-1} = 3^{-1} = 3(\lambda^2) = N$ (stesso stato!)

Invece se λ autovalore $\neq 0$, allora la forma di Jordan cambia con la potenza:
$J = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$, ma $J^2 = \begin{pmatrix} \lambda^2 & 2\lambda \\ 0 & \lambda^2 \end{pmatrix}$
tipo (λ, λ) tipo (λ^2, λ^2)

Esempio: questo blocco diventa la matrice M (ignoriamo diagonale)
(A nilpotente con λ diagonale λ blocchi tipo M
e A^2 diagonale λ N^2 ...)

Sicuramente $N = N_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$
Jordanizzabile

allora $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ha lo stesso 2 Jordan!
$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{cases} N^3 = 0 \\ N^2 \neq 0 \\ N^2 \neq 0 \end{cases}$
$N^2 = N^2 = 0$
(stesso lo notare 6)

Invece $N^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ha lo stesso 3
$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ quindi 3 Jordan Jordan!
$\begin{cases} N^3 = 0 \\ N^2 \neq 0 \\ N^2 \neq 0 \end{cases}$
$N^2 = N^2 = 0$
(stesso lo notare 6)
qui cosa?

(f) Abbiamo $\Rightarrow \forall \cdot V \to V$
in somma $\vec{v} \in V$ allora CICLICO per $\vec{v}$
$\Rightarrow \vec{v}, V\vec{v}, V^2\vec{v}, \ldots, V^{n-1}\vec{v} \in$ base di V.

Indipendenza problema: Scrivere la matrice di V quando non ciclico (matrice ciclica CA CICLICO) $\Rightarrow$ TUTTE LE MATRICI COMPRESE IN SON.

problema: Trovare condizioni necessarie e sufficienti per V affinché esistano vettori ciclici di V.

Esempio: $V \cdot id$ non ha vettori ciclici!
$V = 0$ (stesso cosa: non ha vettori ciclici)
V diagonale, $\{\lambda\}$ ha vettori ciclici = $\{\lambda\}$
V diagonale, $\{\lambda\}$ ha vettori ciclici (Trovare)

Riassunto: V diagonale vettori ciclici
$\Leftrightarrow$ $\{\lambda\}$ ha $m_A(\lambda)$
$\Leftrightarrow$ (su Polinomiale $\neq$ $\mathbb{R}$ ha meno multipli)
(in pratica: Autovalore $\neq$ su $\mathbb{R}$ ha meno multipli)

Per la matrice: se V ciclico,
allora $\{\vec{v}, V\vec{v}, \ldots, V^{n-1}\vec{v}\}$ base di V
e abbiamo $\vec{v} \to V\vec{v}$
$V\vec{v} \to V^2\vec{v}$
$V^2\vec{v} \to V^3\vec{v}$
$\ldots$
$V^{n-1}\vec{v} \to V^n\vec{v}$

$\vec{v}$
$V\vec{v}$
$V^2\vec{v}$
$V^3\vec{v}$
$V^4\vec{v}$
$V^5\vec{v}$
$V^6\vec{v}$
$V^7\vec{v}$
$V^8\vec{v}$
$V^9\vec{v}$
$V^{10}\vec{v}$
$V^{11}\vec{v}$
$V^{12}\vec{v}$
$V^{13}\vec{v}$
$V^{14}\vec{v}$
$V^{15}\vec{v}$
$V^{16}\vec{v}$
$V^{17}\vec{v}$
$V^{18}\vec{v}$
$V^{19}\vec{v}$
$V^{20}\vec{v}$
$V^{21}\vec{v}$
$V^{22}\vec{v}$
$V^{23}\vec{v}$
$V^{24}\vec{v}$
$V^{25}\vec{v}$
$V^{26}\vec{v}$
$V^{27}\vec{v}$
$V^{28}\vec{v}$
$V^{29}\vec{v}$
$V^{30}\vec{v}$
$V^{31}\vec{v}$
$V^{32}\vec{v}$
$V^{33}\vec{v}$
$V^{34}\vec{v}$
$V^{35}\vec{v}$
$V^{36}\vec{v}$
$V^{37}\vec{v}$
$V^{38}\vec{v}$
$V^{39}\vec{v}$
$V^{40}\vec{v}$
$V^{41}\vec{v}$
$V^{42}\vec{v}$
$V^{43}\vec{v}$
$V^{44}\vec{v}$
$V^{45}\vec{v}$
$V^{46}\vec{v}$
$V^{47}\vec{v}$
$V^{48}\vec{v}$
$V^{49}\vec{v}$
$V^{50}\vec{v}$
$V^{51}\vec{v}$
$V^{52}\vec{v}$
$V^{53}\vec{v}$
$V^{54}\vec{v}$
$V^{55}\vec{v}$
$V^{56}\vec{v}$
$V^{57}\vec{v}$
$V^{58}\vec{v}$
$V^{59}\vec{v}$
$V^{60}\vec{v}$
$V^{61}\vec{v}$
$V^{62}\vec{v}$
$V^{63}\vec{v}$
$V^{64}\vec{v}$
$V^{65}\vec{v}$
$V^{66}\vec{v}$
$V^{67}\vec{v}$
$V^{68}\vec{v}$
$V^{69}\vec{v}$
$V^{70}\vec{v}$
$V^{71}\vec{v}$
$V^{72}\vec{v}$
$V^{73}\vec{v}$
$V^{74}\vec{v}$
$V^{75}\vec{v}$
$V^{76}\vec{v}$
$V^{77}\vec{v}$
$V^{78}\vec{v}$
$V^{79}\vec{v}$
$V^{80}\vec{v}$
$V^{81}\vec{v}$
$V^{82}\vec{v}$
$V^{83}\vec{v}$
$V^{84}\vec{v}$
$V^{85}\vec{v}$
$V^{86}\vec{v}$
$V^{87}\vec{v}$
$V^{88}\vec{v}$
$V^{89}\vec{v}$
$V^{90}\vec{v}$
$V^{91}\vec{v}$
$V^{92}\vec{v}$
$V^{93}\vec{v}$
$V^{94}\vec{v}$
$V^{95}\vec{v}$
$V^{96}\vec{v}$
$V^{97}\vec{v}$
$V^{98}\vec{v}$
$V^{99}\vec{v}$
$V^{100}\vec{v}$
$V^{101}\vec{v}$
$V^{102}\vec{v}$
$V^{103}\vec{v}$
$V^{104}\vec{v}$
$V^{105}\vec{v}$
$V^{106}\vec{v}$
$V^{107}\vec{v}$
$V^{108}\vec{v}$
$V^{109}\vec{v}$
$V^{110}\vec{v}$
$V^{111}\vec{v}$
$V^{112}\vec{v}$
$V^{113}\vec{v}$
$V^{114}\vec{v}$
$V^{115}\vec{v}$
$V^{116}\vec{v}$
$V^{117}\vec{v}$
$V^{118}\vec{v}$
$V^{119}\vec{v}$
$V^{120}\vec{v}$
$V^{121}\vec{v}$
$V^{122}\vec{v}$
$V^{123}\vec{v}$
$V^{124}\vec{v}$
$V^{125}\vec{v}$
$V^{126}\vec{v}$
$V^{127}\vec{v}$
$V^{128}\vec{v}$
$V^{129}\vec{v}$
$V^{130}\vec{v}$
$V^{131}\vec{v}$
$V^{132}\vec{v}$
$V^{133}\vec{v}$
$V^{134}\vec{v}$
$V^{135}\vec{v}$
$V^{136}\vec{v}$
$V^{137}\vec{v}$
$V^{138}\vec{v}$
$V^{139}\vec{v}$
$V^{140}\vec{v}$
$V^{141}\vec{v}$
$V^{142}\vec{v}$
$V^{143}\vec{v}$
$V^{144}\vec{v}$
$V^{145}\vec{v}$
$V^{146}\vec{v}$
$V^{147}\vec{v}$
$V^{148}\vec{v}$
$V^{149}\vec{v}$
$V^{150}\vec{v}$
$V^{151}\vec{v}$
$V^{152}\vec{v}$
$V^{153}\vec{v}$
$V^{154}\vec{v}$
$V^{155}\vec{v}$
$V^{156}\vec{v}$
$V^{157}\vec{v}$
$V^{158}\vec{v}$
$V^{159}\vec{v}$
$V^{160}\vec{v}$
$V^{161}\vec{v}$
$V^{162}\vec{v}$
$V^{163}\vec{v}$
$V^{164}\vec{v}$
$V^{165}\vec{v}$
$V^{166}\vec{v}$
$V^{167}\vec{v}$
$V^{168}\vec{v}$
$V^{169}\vec{v}$
$V^{170}\vec{v}$
$V^{171}\vec{v}$
$V^{172}\vec{v}$
$V^{173}\vec{v}$
$V^{174}\vec{v}$
$V^{175}\vec{v}$
$V^{176}\vec{v}$
$V^{177}\vec{v}$
$V^{178}\vec{v}$
$V^{179}\vec{v}$
$V^{180}\vec{v}$
$V^{181}\vec{v}$
$V^{182}\vec{v}$
$V^{183}\vec{v}$
$V^{184}\vec{v}$
$V^{185}\vec{v}$
$V^{186}\vec{v}$
$V^{187}\vec{v}$
$V^{188}\vec{v}$
$V^{189}\vec{v}$
$V^{190}\vec{v}$
$V^{191}\vec{v}$
$V^{192}\vec{v}$
$V^{193}\vec{v}$
$V^{194}\vec{v}$
$V^{195}\vec{v}$
$V^{196}\vec{v}$
$V^{197}\vec{v}$
$V^{198}\vec{v}$
$V^{199}\vec{v}$
$V^{200}\vec{v}$
$V^{201}\vec{v}$
$V^{202}\vec{v}$
$V^{203}\vec{v}$
$V^{204}\vec{v}$
$V^{205}\vec{v}$
$V^{206}\vec{v}$
$V^{207}\vec{v}$
$V^{208}\vec{v}$
$V^{209}\vec{v}$
$V^{210}\vec{v}$
$V^{211}\vec{v}$
$V^{212}\vec{v}$
$V^{213}\vec{v}$
$V^{214}\vec{v}$
$V^{215}\vec{v}$
$V^{216}\vec{v}$
$V^{217}\vec{v}$
$V^{218}\vec{v}$
$V^{219}\vec{v}$
$V^{220}\vec{v}$
$V^{221}\vec{v}$
$V^{222}\vec{v}$
$V^{223}\vec{v}$
$V^{224}\vec{v}$
$V^{225}\vec{v}$
$V^{226}\vec{v}$
$V^{227}\vec{v}$
$V^{228}\vec{v}$
$V^{229}\vec{v}$
$V^{230}\vec{v}$
$V^{231}\vec{v}$
$V^{232}\vec{v}$
$V^{233}\vec{v}$
$V^{234}\vec{v}$
$V^{235}\vec{v}$
$V^{236}\vec{v}$
$V^{237}\vec{v}$
$V^{238}\vec{v}$
$V^{239}\vec{v}$
$V^{240}\vec{v}$
$V^{241}\vec{v}$
$V^{242}\vec{v}$
$V^{243}\vec{v}$
$V^{244}\vec{v}$
$V^{245}\vec{v}$
$V^{246}\vec{v}$
$V^{247}\vec{v}$
$V^{248}\vec{v}$
$V^{249}\vec{v}$
$V^{250}\vec{v}$
$V^{251}\vec{v}$
$V^{252}\vec{v}$
$V^{253}\vec{v}$
$V^{254}\vec{v}$
$V^{255}\vec{v}$
$V^{256}\vec{v}$
$V^{257}\vec{v}$
$V^{258}\vec{v}$
$V^{259}\vec{v}$
$V^{260}\vec{v}$
$V^{261}\vec{v}$
$V^{262}\vec{v}$
$V^{263}\vec{v}$
$V^{264}\vec{v}$
$V^{265}\vec{v}$
$V^{266}\vec{v}$
$V^{267}\vec{v}$
$V^{268}\vec{v}$
$V^{269}\vec{v}$
$V^{270}\vec{v}$
$V^{271}\vec{v}$
$V^{272}\vec{v}$
$V^{273}\vec{v}$
$V^{274}\vec{v}$
$V^{275}\vec{v}$
$V^{276}\vec{v}$
$V^{277}\vec{v}$
$V^{278}\vec{v}$
$V^{279}\vec{v}$
$V^{280}\vec{v}$
$V^{281}\vec{v}$
$V^{282}\vec{v}$
$V^{283}\vec{v}$
$V^{284}\vec{v}$
$V^{285}\vec{v}$
$V^{286}\vec{v}$
$V^{287}\vec{v}$
$V^{288}\vec{v}$
$V^{289}\vec{v}$
$V^{290}\vec{v}$
$V^{291}\vec{v}$
$V^{292}\vec{v}$
$V^{293}\vec{v}$
$V^{294}\vec{v}$
$V^{295}\vec{v}$
$V^{296}\vec{v}$
$V^{297}\vec{v}$
$V^{298}\vec{v}$
$V^{299}\vec{v}$
$V^{300}\vec{v}$
$V^{301}\vec{v}$
$V^{302}\vec{v}$
$V^{303}\vec{v}$
$V^{304}\vec{v}$
$V^{305}\vec{v}$
$V^{306}\vec{v}$
$V^{307}\vec{v}$
$V^{308}\vec{v}$
$V^{309}\vec{v}$
$V^{310}\vec{v}$
$V^{311}\vec{v}$
$V^{312}\vec{v}$
$V^{313}\vec{v}$
$V^{314}\vec{v}$
$V^{315}\vec{v}$
$V^{316}\vec{v}$
$V^{317}\vec{v}$
$V^{318}\vec{v}$
$V^{319}\vec{v}$
$V^{320}\vec{v}$
$V^{321}\vec{v}$
$V^{322}\vec{v}$
$V^{323}\vec{v}$
$V^{324}\vec{v}$
$V^{325}\vec{v}$
$V^{326}\vec{v}$
$V^{327}\vec{v}$
$V^{328}\vec{v}$
$V^{329}\vec{v}$
$V^{330}\vec{v}$
$V^{331}\vec{v}$
$V^{332}\vec{v}$
$V^{333}\vec{v}$
$V^{334}\vec{v}$
$V^{335}\vec{v}$
$V^{336}\vec{v}$
$V^{337}\vec{v}$
$V^{338}\vec{v}$
$V^{339}\vec{v}$
$V^{340}\vec{v}$
$V^{341