A4-G2B-2024-s

domenica 20 luglio 2025 14:13

① profilo $z = x\cos(x)$

$$\sigma(x,\theta) = \begin{pmatrix} x\cos\theta \\ x\sin\theta \\ x\cos x \end{pmatrix}$$

$$z = \sqrt{x^2+y^2}\cos\sqrt{x^2+y^2}$$

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ \cos x - x\sin x \end{pmatrix} \qquad \sigma_\theta = \begin{pmatrix} -x\sin\theta \\ x\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$G_I = \begin{pmatrix} 1+(\cos x - x\sin x)^2 & 0 \\ 0 & x^2 \end{pmatrix}$$

$$n = \frac{\sigma_x \times \sigma_\theta}{\|\sigma_x \times \sigma_\theta\|} = \frac{1}{\sqrt{1+(\cos x - x\sin x)^2}} \begin{pmatrix} -\cos\theta(\cos x - x\sin x) \\ -\sin\theta(\cos x - x\sin x) \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{xx} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2\sin x - x\cos x \end{pmatrix} \qquad \sigma_{x\theta} = \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma_{\theta\theta} = \begin{pmatrix} -x\cos\theta \\ -x\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$G_{II} = \frac{1}{\sqrt{1+(\cos x - x\sin x)^2}} \begin{pmatrix} -2\sin x - x\cos x & 0 \\ 0 & x(\cos x - x\sin x) \end{pmatrix}$$

$$L = G_I^{-1} G_{II}$$

$$K = \frac{|G_{II}|}{|G_I|} = \frac{1}{x^2\left(1+(\cos x - x\sin x)^2\right)^{3/2}}\, x(\cos x - x\sin x)(-2\sin x - x\cos x)$$

$K \gtreqless 0$ sse $(\cos x - x\sin x)(2\sin x + x\cos x) \lesseqgtr 0$

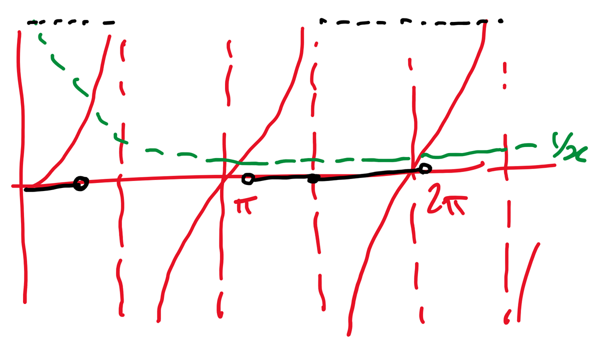
sse $(x\cos x)_x\,(x\cos x)_{xx} \gtreqless 0$

a seconda della "convessità" del profilo

$\cos x - x\sin x \geq 0$

$\tan(x) \leq 1/x \quad (\cos \geq 0)$

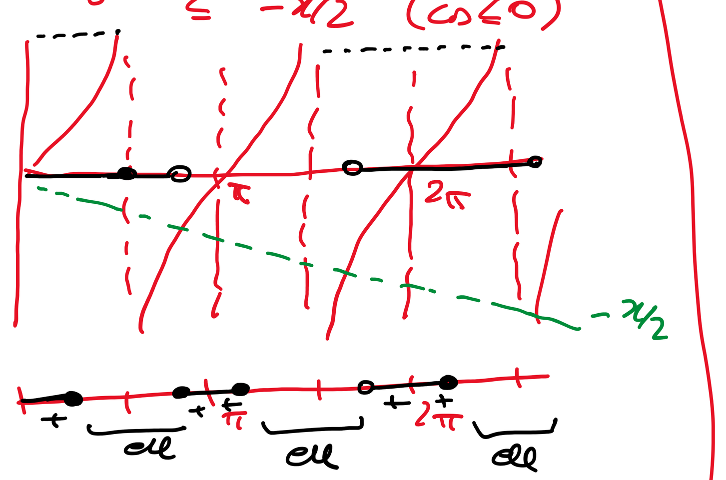
$ \geq 1/x \quad (\cos \leq 0)$



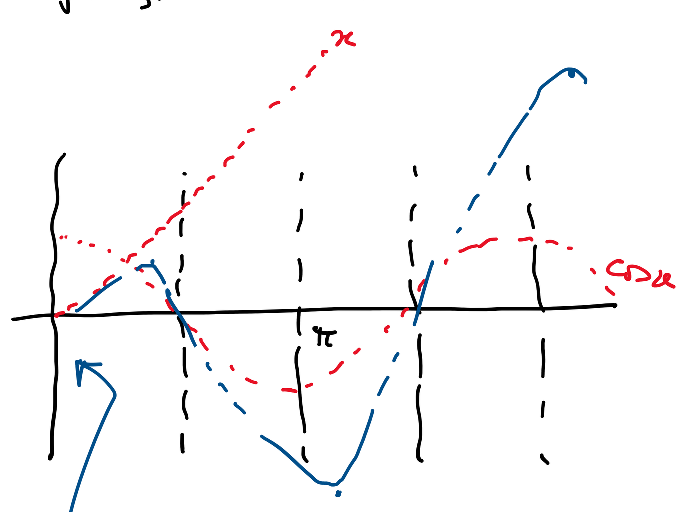
$2\sin x + x\cos x \geq 0$

$\tan x \geq -x/2 \quad (\cos \geq 0)$

$ \leq -x/2 \quad (\cos < 0)$



profilo: $x\cos x$



notare che l'origine non è punto regolare per σ

(tg al profilo non orizzontale)

② $X = \mathbb{Q}^{\mathbb{R}} = \{\mathbb{R} \to \mathbb{Q}\} = \prod_{r\in\mathbb{R}} \mathbb{Q}$

per la topol. prodotto è T2, T3½ (pr. di sp. metrici, ma non pm perché prodotto cont.)

separabile (prodotto continuo di separabili)

non C1, quindi non C2,

tot. sconnesso,

non compatto, né localmente.

per la topol. box conta è T2 e tot. sconnesso,

non compatto, nessuna numerabilità?

la funzione nulla appartiene alla chiusura dell'insieme delle funzioni mai nulle sia per τ che per β (in ogni suo intorno, sia per τ che per β, ci sono funzioni mai nulle),

per τ è anche limite di successioni (di funzioni mai nulle)

per β è solo limite di RETI, non di successioni.

insieme	$\text{insieme}^{\circ\tau} \leq$	$\text{insieme}^{\circ\beta} \leq$	insieme $\leq$	$\overline{\text{insieme}}^{\beta} \leq$	$\overline{\text{insieme}}^{\tau}$
{f. costanti}	$\emptyset$	$\emptyset$	C	C	C
{f. limitate}	$\emptyset$	L	L	L	X
$\mathbb{Z}^{\mathbb{R}}$	$\emptyset$	$\emptyset$	F	F	F
$(\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z})^{\mathbb{R}}$	$\emptyset$	G	G	X	X
$f(0)\in[-1,1]\cap\mathbb{Q}$	A° $(f(0)\in(-1,1)\cap\mathbb{Q})$	A°	A	A	A
$([0,1]\cap\mathbb{Q})^{\mathbb{R}}$	$\emptyset$	$B^{\circ\beta} = ((0,1)\cap\mathbb{Q})^{\mathbb{R}}$	B	B	B

③ pK = pseudo-compatto $\equiv \forall f: X \to \mathbb{R}$ continua è limitata

FC = fortemente connesso $\equiv \forall f: X \to \mathbb{R}$ continua è costante

$K \Rightarrow pK$ perché X compatto e $f: X \to \mathbb{R}$ continua implica $f(K)$ compatto di $\mathbb{R}$, chiuso e limitato, in particolare limitato.

$FC \Rightarrow pK$ banale: ogni funzione costante è limitata.

spazi	K	pK	FC	
$\mathbb{R}$ euclideo	/	/	/	
$\mathbb{R}_{\geq 0}$	/	V	V	($pK \not\Rightarrow K$)
$\mathbb{R}_{\not\geq 0}$	V	V	V	
$\mathbb{R}$ cofinito	V	V	V	
$\mathbb{R}$ conumer.	/	V	V	($FC \not\Rightarrow K$)
X finito discr.	V	V	/	($K \not\Rightarrow FC$) ($pK \not\Rightarrow FC$)
X infinito discr.	/	/	/	

(non vi è nessuna relazione tra K e FC).

un esempio / V / ($pK \not\Rightarrow K$ o FC)?

(sarebbe $[0,\Omega)$ ord o anche $L = [0,\Omega)\times[0,1)$ lex)