

∇ significa risultati di cui conoscere la dimostrazione.

Programma del corso di Geometria 2 parte B (a.a. 2025/26)

Superficie differenziali (immerse)

- Superficie e parametrizzazioni regolari; descrizioni locali tramite carte, immagini inverse di valori regolari, grafici di funzioni[▽].
- Cambiamenti di parametri (carte) e funzioni differenziabili.
- Piano tangente e differenziali di mappe tra superficie.
- Prima forma fondamentale: definizione, matrici locali, calcoli di angoli, lunghezze, aree.
- Mappa di Gauss, mappa di Weingarten (autoaggiunta per pff[▽]), seconda forma fondamentale (calcoli locali). Curvature principali e di Gauss[▽]. Significato geometrico della sff[▽]. Teorema Egregium di Gauss[▽].
- Punti sulle superficie: ellittici, iperbolici, parabolici, ombelicali, planari; superficie con soli punti ombelicali[▽].
- Curve sulle superficie: riferimenti di Frénet e Darboux, confronto[▽]. Curvature geodetiche e normali, torsione geodetica. Linee di curvatura, asintotiche, geodetiche; equazioni differenziali delle geodetiche[▽]. Caso di Clairaut e geodetiche delle superficie di rotazione[▽].
- Esempi principali svolti durante la teoria: sfera (e sue proiezioni)[▽], quadriche (ellissoidi, iperboloidi, paraboloidi), coni[▽], cilindri[▽], tori immersi, superficie di rotazione[▽], pseudo-sfera di Beltrami, elicoidi[▽], superficie rigate[▽]].

Topologia generale

- Definizioni di topologia (aperti, chiusi; interno, chiusura, derivato, frontiera di insiemi; operatori di Kuratowski e loro proprietà)[▽]. Basi e prebasi delle topologie.
- Filtri e strutture topologiche (filtri di intorni dei punti), corrispondenza con le topologie. Basi e prebasi di filtri.
- Filtri e nozioni di punti limite e punti aderenti; reti e chiusura[▽].
- Funzioni continue, aperte, chiuse. Topologie indotte, quoziente, prodotto; topologie induttive, proiettive e loro proprietà universali[▽].
- (pseudo)metriche e topologie (pseudo)metrizzabili.
- Proprietà di separabilità numerabilità (topologica), relazioni tra loro[▽] e controesempi principali.
- Proprietà di separazione, relazioni tra loro[▽] e controesempi principali.
- famiglie di (pseudo)metriche, spazi completamente regolari [e topologie uniformizzabili], caratterizzazioni[▽].
- Connessione, locale connessione, connessione per archi, locale connessione per archi e relazioni tra loro[▽]. Componenti connesse, componenti arco-connesse e loro proprietà.
- Compattezza (per ricoprimenti e per reti), locale compattezza, compattificazione di Alexandroff[▽], compattificazione di Stone-Cech[▽], relazioni tra compattezza e hausdorff[▽].
- [Completezza, completamenti e relazioni con la compattezza.]
- Esempi e controesempi principali svolti durante la teoria: topologie banali, discrete, cofinite, d'ordine, includenti ed escludenti, prodotti arbitrari[▽] di $\mathbf{R}$ ed I , (pseudo)metrizzabili, uniformizzabili, retta di Sorgenfrey[▽], insieme di Cantor (prodotti numerabili di insiemi discreti)[▽], seno e pettine del topologo[▽], gruppi classici di matrici, spazi affini e proiettivi (reali e complessi).

[[▽]] significa argomenti non in programma.

[▽]significa risultati di cui conoscere la dimostrazione.