Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria
Corso di Studi in Ingegneria Civile ed Ambiente–Territorio.
Fondamenti di Algebra Lineare e Geometria, AA 2013/2014
- M.A. Garuti -

PROGRAMMA DEL CORSO

La numerazione degli enunciati si riferisce al testo adottato (Cantarini - Chiarellotto - Fiorot, *Un corso di Matematica*).
Gli argomenti contrassegnati con [A] sono trattati in maggior dettaglio negli appunti disponibili in rete (`http://www.math.unipd.it/~mgaruti/appunti.pdf`).

- Numeri complessi: rappresentazione cartesiana e trigonometrica. Notazione esponenziale.
- Potenze e radici di un numero complesso; teorema fondamentale dell'algebra.
- Definizione di spazio vettoriale.
- Esempi: spazi $\mathbb{R}^n$, matrici, funzioni su un intervallo reale, polinomi.
- Sottospazi.
- Combinazione lineare di vettori.
- Generatori di uno spazio vettoriale; spazi finitamente generati.
- Definizione di indipendenza lineare di un numero finito di vettori.
- Eliminazione di vettori dipendenti (Proposizione 4.2.2).
- Relazione tra numero di vettori indipendenti e generatori (Teo. 4.2.5).
- Completamento della base (Teorema 4.2.8).
- Dimensione di uno spazio vettoriale.
- Intersezione e somma di sottospazi.
- Somma diretta di sottospazi.
- Formula di Grassmann.
- Matrici in forma a scala per righe.
- Operazioni elementari sulle righe di una matrice.
- Rango per righe di una matrice.
- Applicazioni lineari tra spazi vettoriali.
- Immagine e controimmagine di un sottospazio (Proposizione 6.1.2).
- Nucleo ed Immagine di una applicazione lineare.
- Caratterizzazione delle applicazioni lineari iniettive (Proposizione 6.1.3).

- Applicazioni lineari e combinazioni lineari di vettori.
- Teorema delle dimensioni (Proposizione 6.2.1).
- Controimmagine di un vettore: varietà lineari.
- Matrice associata ad un'applicazione lineare rispetto a basi fissate.
- Prodotto righe per colonne di matrici.
- Matrici elementari ed operazioni elementari.
- Rango di una matrice e combinazioni lineari dei vettori di una base del codominio.
- Struttura dell'insieme delle soluzioni di un sistema lineare.
- Teorema di Rouché-Capelli.
- Determinazione di un sistema lineare a partire dall'insieme delle sue soluzioni.
- Isomorfismi tra spazi vettoriali.
- Matrici invertibili; calcolo dell'inversa.
- Matrice del cambiamento di base.
- Proiezioni e simmetrie.
- Applicazione lineare inversa di un isomorfismo.
- Composizione di applicazioni lineari.
- Determinanti.
- Matrici simili.
- Endomorfismi e matrici diagonalizzabili.
- Autovalori, autovettori, autospazi.
- Polinomio caratteristico di una matrice o di un endomorfismo. Traccia.
- La somma di autospazi relativi ad autovalori distinti ‘e diretta.
- Molteplicità algebrica e mopltemplicità geometrica di un autovalore.
- CNES affinché una matrice sia diagonalizzabile.
- Applicazione della diagonalizzazione al calcolo delle potenze di una matrice.
- Prodotto scalare euclideo in $\mathbb{R}^n$
- Norma di un vettore; relazione col prodotto scalare usuale.
- Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, disuguaglianza triangolare.
- Ortogonalità; ortogonale di un sottoinsieme.
- Basi ortonormali, procedimento di Gram-Schmidt.
- Complemento ortogonale di un sottospazio; proiezioni ortogonali.

- Teorema del vettore di norma minima.
- Isometrie; matrici ortogonali.
- Classificazione delle isometrie di $\mathbb{R}^2$ ed $\mathbb{R}^3$.
- Una matrice reale è ortogonalmente diagonalizzabile se e sole se è simmetrica [A].
- Piano $\mathbb{A}^2$ e spazio $\mathbb{A}^3$ affine reale.
- Sistemi di riferimento e coordinate.
- Varietà lineari: rette, piani. Equazioni parametriche e cartesiane.
- Posizione reciproca di due varietà lineari nel piano e nello spazio.
- Fasci di rette in $\mathbb{A}^2$, fasci di piani in $\mathbb{A}^3$.
- Piano e spazio euclidei: sistemi di riferimento, orientamento.
- Relazioni di ortogonalità tra varietà lineari.
- Distanze nel piano e nello spazio.
- Distanze tra varietà lineari.
- Punti di minima distanza, retta di minima distanza.
- Prodotto vettoriale e prodotto misto in $\mathbb{A}^3$.