

In cosa consiste la prova orale?

Marco A. Garuti

5 giugno 2009

La prova scritta serve per determinare in quale misura hai imparato ad utilizzare gli strumenti sviluppati nel corso per risolvere problemi specifici. La prova orale serve per determinare in quale misura hai assimilato i contenuti del corso: fino a che punto sei in grado di passare dal particolare all'universale?

1 La preparazione per l'orale

La preparazione per la prova orale è molto diversa da quella necessaria per superare lo scritto: non si tratta più di sapere soltanto come risolvere un sistema lineare o di sapere come diagonalizzare una matrice, ma di sapere che tipo di struttura algebrica hanno le soluzioni di un sistema lineare qualsiasi o di saper spiegare perché dire che una matrice è diagonalizzabile equivale a dire che lo spazio si decompone in somma diretta di autospazi.

Preparandoti per lo scritto, puoi anche ignorare le dimostrazioni dei teoremi, basta saperli applicare (anche se questa non è una buona idea: scritto ed orale sono spesso ravvicinati e non è pensabile imparare in un paio di giorni le dimostrazioni dei teoremi!).

Preparandosi allo scritto, si cerca soprattutto di apprendere delle tecniche: il metodo più veloce e sicuro di risolvere un problema. Importa soprattutto che il procedimento sia funzionale ed efficace.

La preparazione teorica invece va affrontata con spirito critico: bisogna fare le pulci alla teoria, chiedersi se si poteva fare diversamente (a volte sì), in maniera più semplice (quasi sempre no). Bisogna andare oltre il "si fa così perché funziona".

Nella preparazione per l'orale, la cosa in assoluto più importante è capire le *definizioni*. Non sottovalutare questo aspetto e dedicagli il tempo necessario. Per ogni definizione, cerca di dare qualche esempio e qualche controesempio: ne troverai senz'altro nel testo e negli appunti, ma cerca anche di inventarne alcuni tuoi personali.

Una volta assimilate le definizioni e dopo aver visto parecchi esempi, puoi passare agli *enunciati* dei teoremi. Di nuovo, cerca prima di capire l'enunciato. Quali sono le ipotesi? Cerca anche qui di fare degli esempi e dei controesempi: in una situazione in cui sono soddisfatte tutte le ipotesi tranne una, vale ancora la tesi? Fai anche attenzione alle condizioni: necessarie, sufficienti o entrambe le cose?

Le *dimostrazioni*: dopo averle viste in classe e dopo averle studiate nella prima fase della preparazione, è venuto il momento di provare a farle per conto proprio. Quasi tutte¹ seguono direttamente dalle definizioni, che ormai dovresti aver fatto tue, e dai teoremi precedenti: se hai capito l'enunciato ed hai freschi in mente i risultati che lo precedono, chiudi il libro o gli appunti e prova a fare la dimostrazione per conto tuo. Se non riesci, leggi l'inizio della dimostrazione e poi prova a concludere per conto tuo. Quando hai finito, confronta la tua dimostrazione con quella del libro o quella fatta a lezione: vedrai che quasi sempre è la stessa, spesso solo le notazioni sono diverse.

¹Le eccezioni si contrano sulle dita di una mano: formula di Grassmann, teorema delle dimensioni, rango righe=rango colonne, disuguaglianza di Cauchy-Schwarz e teorema di diagonalizzazione ortogonale delle matrici simmetriche. Per queste occorre ricordare il procedimento della dimostrazione.

A questo punto avrai probabilmente già pensato due o tre volte: ma io voglio fare l'ingegnere, mica il matematico! A parte il fatto che il metodo precedente vale per prepararsi a qualsiasi altro esame universitario (dopotutto si era detto: dal particolare all'universale!), l'obiezione non è peregrina: non tutti sono portati, hanno tempo e/o interesse per la Matematica allo stesso livello. Nella tua vita professionale, certamente non ti capiterà mai di dover fare ragionamenti astratti come quelli che hai incontrato in questo corso. Molto spesso però dovrai utilizzare strumenti di calcolo, creando o adattando programmi che, in ultima analisi, si fondano sui principi e sulle tecniche che hai incontrato in questo corso. Qualora anche tu dovessi solamente utilizzare software commerciale, il calcolatore non potrà mai sostituirsi del tutto all'ingegnere: il tuo compito sarà proprio quello di fare un'analisi critica dei risultati proposti dal calcolatore. Per esercitare questa funzione critica, occorre che tu conosca quanto meglio possibile la matematica che sta dietro gli algoritmi. E se sei in grado di fare astrazione dal procedimento, sarai in grado di trovare soluzioni più efficaci e di evitare quelle aberranti.

2 Come si svolge la prova orale

Gli esami orali sono pubblici, quindi per farsi un'idea si può semplicemente assistere alla prova orale di qualche altro studente.

Le domande Il punto di partenza dell'esame orale è sempre il risultato della prova scritta. Prima dell'orale conviene sempre provare a rifare a casa lo scritto, capire gli eventuali errori commessi e cercare di risolvere le parti che non si è riusciti a completare in aula.

La prima fase dell'orale serve a determinare di quanto il voto finale dell'esame si discosta dal voto della prova scritta. La prima domanda sarà quindi di un livello di difficoltà corrispondente al voto dello scritto. Le domande successive dipendono dalla prima risposta: se hai dato una risposta soddisfacente, la domanda successiva sarà più difficile; se la prima risposta è incerta la seconda domanda sarà più facile. Il livello delle domande è inversamente proporzionale all'andamento dell'esame.

Quanto dura? La durata dell'esame orale dipende dalla velocità e dalla sicurezza delle tue risposte. In media, un orale dura un quarto d'ora. Orali più lunghi possono essere dovuti ai silenzi del candidato oppure a rare situazioni in cui il voto della prova scritta si discosta molto dal livello di preparazione. Se il voto dello scritto è buono ma la tua prova orale è disastrosa, ti verrà consigliato di ripresentarti al prossimo appello orale² (conservando lo scritto). Se invece il voto dello scritto è mediocre ma fai un orale strepitoso, la prova durerà di più per giustificare l'incremento del voto finale.

Il voto L'esame si conclude quando il docente ritiene di aver concluso la propria valutazione. Come conseguenza del procedimento maieutico, quasi sempre anche il candidato è consapevole che il voto proposto è il voto che merita, tenuto conto della prova che ha fatto. In ogni caso, il voto non è negoziabile.

“Può farmi un'altra domanda?” Richiesta abbastanza futile: è raro che una risposta ad una domanda supplementare possa portare ad una revisione radicale del giudizio maturato. Comunque, se insisti, ti verrà fatta un'altra domanda: è molto probabile che, pur essendo formulata diversamente, verta sullo stesso argomento di una domanda precedente alla quale non hai risposto in maniera soddisfacente. Questo perché il docente ritiene di aver individuato una lacuna nella tua preparazione, lacuna che non consente di darti un voto superiore a quello proposto. Se così è, la tua risposta alla domanda supplementare non sarà molto più soddisfacente della precedente.

Un'offerta che non si può rifiutare? Se si è insoddisfatti del voto proposto, è sempre possibile rifiutarlo e ripresentarsi ad un appello successivo (si dovrà ripetere anche lo scritto). Non si devono temere “vendette”: tutti possiamo sbagliare.

²Questo non è possibile nell'ultimo appello dell'anno accademico

3 Livelli di difficoltà ed esempi di domande

Riportiamo di seguito alcuni esempi di domande per inquadrare i vari livelli di preparazione e di voto. Non si tratta in alcun modo di un elenco completo: un lista esaustiva sarebbe nociva per lo studente (tentato dalla falsa sicurezza di un apprendimento mnemonico) oltre che limitante per il docente.

Il minimo indispensabile (18–20) Definizioni principali del corso (spazi vettoriali, sottospazi, dipendenza lineare, . . . , applicazioni lineari, nucleo, immagine, . . . , autovettori, autovalori, molteplicità, . . . , prodotto scalare, ortogonalità, proiezione ortogonale, . . . , piano e spazio affine, euclideo, varietà lineari, . . .). Enunciati dei teoremi fondamentali del corso.

Dimostrazione di proposizioni elementari che seguono immediatamente dalle definizioni come:

- L'intersezione di due sottospazi è un sottospazio.
- Il nucleo (o l'immagine) di una applicazione lineare è un sottospazio.
- Struttura dell'insieme delle soluzioni di un sistema lineare.
- La somma di due autospazi relativi ad autovalori distinti è diretta.
- L'ortogonale di un sottoinsieme è un sottospazio.

Il livello medio (21–24) Discussione approfondita dei teoremi fondamentali del corso, inclusa la dimostrazione quando è relativamente semplice , come ad esempio:

- Relazione tra numero di vettori indipendenti e generatori.
- Teorema del completamento della base.
- Teorema di Rouchè-Capelli.
- Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, disuguaglianza triangolare.
- Teorema del vettore di norma minima.

Il livello superiore (25–27) Discussione approfondita dei teoremi fondamentali del corso, incluse le dimostrazioni più elaborate, come ad esempio:

- Formula di Grassmann.
- Teorema delle dimensioni.
- Rango righe=rango colonne.
- CNES affinché una matrice sia diagonalizzabile.
- Una matrice reale è ortogonalmente diagonalizzabile se e solo se è simmetrica.

L'eccellenza (28–30 e lode) Oltre il livello superiore non ci sono più regole. Qualunque domanda è lecita, incluse parti facoltative ed anche (con qualche suggerimento) argomenti fuori programma.

Ma se sei arrivato fin qui, dovresti smettere di preoccuparti: lasciati guidare dalla Forza...