

PROGRAMMA DEL CORSO

Di seguito vengono elencati gli argomenti principali svolti durante le lezioni. Questa lista vuole essere una traccia utile per la preparazione dell'esame. La numerazione degli enunciati si riferisce al testo adottato (Cantarini - Chiarellotto - Fiorot, *Un corso di Matematica*). Gli argomenti contrassegnati con [A] sono trattati in maggior dettaglio negli appunti disponibili in rete (<http://www.math.unipd.it/~mgaruti/appunti.pdf>).

- Definizione di spazio vettoriale.
- Esempi: spazi \mathbb{R}^n , matrici, polinomi, funzioni su un intervallo reale.
- Combinazione lineare di vettori.
- Generatori di uno spazio vettoriale; spazi finitamente generati.
- Definizione di sottospazio di uno spazio vettoriale.
- Definizione di indipendenza lineare di un numero finito di vettori.
- Eliminazione di vettori dipendenti (Proposizione 4.2.2).
- Relazione tra numero di vettori indipendenti e generatori (Teo. 4.2.5).
- Completamento della base (Teorema 4.2.8).
- Dimensione di uno spazio vettoriale.
- Intersezione, somma e somma diretta di sottospazi.
- Formula di Grassmann.
- Matrici in forma a scala per righe.
- Operazioni elementari sulle righe di una matrice.
- Rango per righe di una matrice.
- Prodotto righe per colonne di matrici.
- Operazioni sulle righe come prodotto tra matrici.

- Applicazioni lineari tra spazi vettoriali.
- Immagine e controimmagine di un sottospazio (Proposizione 6.1.2).
- Nucleo ed Immagine di una applicazione lineare.
- Caratterizzazione delle applicazioni lineari iniettive (Proposizione 6.1.3).
- Controimmagine di un vettore: varietà lineari.
- Applicazioni lineari e combinazioni lineari di vettori.
- Teorema delle dimensioni (Proposizione 6.2.1).
- Matrice associata ad un'applicazione lineare rispetto a basi fissate.
- Applicazione lineare associata ad una matrice rispetto a basi fissate.
- Rango di una matrice e combinazioni lineari dei vettori di una base del codominio.
- Proiezioni e simmetrie.
- Struttura dell'insieme delle soluzioni di un sistema lineare.
- Teorema di Rouché-Capelli.
- Determinazione di un sistema lineare a partire dall'insieme delle sue soluzioni.
- Composizione di applicazioni lineari.
- Isomorfismi tra spazi vettoriali.
- Applicazione lineare inversa di un isomorfismo.
- Matrici invertibili; calcolo dell'inversa.
- Determinanti.
- Matrice del cambiamento di base.
- Matrici simili.
- Endomorfismi e matrici diagonalizzabili.
- Autovalori, autovettori, autospazi.
- Polinomio caratteristico di una matrice o di un endomorfismo. Traccia.
- La somma di autospazi relativi ad autovalori distinti è diretta.
- molteplicità algebrica e molteplicità geometrica di un autovalore.
- CNES affinché una matrice sia diagonalizzabile.

- Blocchi di Jordan. Forma canonica di Jordan [A].
- Applicazione della diagonalizzazione al calcolo delle potenze di una matrice.
- Numeri complessi: rappresentazione cartesiana e trigonometrica. Notazione esponenziale.
- Potenze e radici di un numero complesso; teorema fondamentale dell'algebra.
- Prodotto scalare euclideo in \mathbb{R}^n .
- Norma di un vettore; relazione col prodotto scalare usuale.
- Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, disuguaglianza triangolare.
- Ortogonalità; ortogonale di un sottoinsieme.
- Basi ortonormali, procedimento di Gram-Schmidt.
- Complemento ortogonale di un sottospazio; proiezioni ortogonali.
- Teorema del vettore di norma minima.
- Isometrie; matrici ortogonali.
- Classificazione delle isometrie di \mathbb{R}^2 .
- Una matrice reale è ortogonalmente diagonalizzabile se e solo se è simmetrica [A].
- Piano \mathbb{A}^2 e spazio \mathbb{A}^3 affine reale.
- Sistemi di riferimento e coordinate.
- Varietà lineari: rette, piani. Equazioni parametriche e cartesiane.
- Posizione reciproca di due varietà lineari nel piano e nello spazio.
- Fasci di rette in \mathbb{A}^2 , fasci di piani in \mathbb{A}^3 .
- Cambiamenti di riferimento.
- Piano e spazio euclideo: sistemi di riferimento, orientamento.
- Relazioni di ortogonalità tra varietà lineari.
- Distanze nel piano e nello spazio.
- Distanze tra varietà lineari: punti di minima distanza, retta di minima distanza.
- Prodotto vettoriale e prodotto misto in \mathbb{A}^3 .