LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTE-TERRITORIO
Corso di Matematica 2
II^a prova di accertamento – Padova 10-12-07
TEMA n.1

PARTE 1. Quesiti preliminari

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false giustificando brevemente la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata):

a) Se due vettori non nulli di $\mathbb{R}^3$ sono ortogonali allora sono linearmente indipendenti.

b) L'equazione $x - 2y + 3z = 1$ in $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ descrive un piano parallelo al vettore $(1, -2, 3)$.

c) Ogni matrice simmetrica è simile ad una matrice ortogonale.

PARTE 2. Esercizi

Esercizio 1 Si consideri, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la matrice:

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \alpha \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & \alpha + 1 \end{pmatrix}.$$

a) Il sottospazio $\langle (1,0,0), (0,1,0) \rangle$ contiene autovettori di A_α?

b) Determinare gli autovalori e gli autospazi di A_α.

c) Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la matrice è diagonalizzabile.

d) Esistono valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali gli autospazi siano tra loro ortogonali?

e) Per $\alpha = 0$, deteminare una matrice H tale che $H^{-1}AH$ sia triangolare superiore.

Esercizio 2 Si considerino i sottospazi $U = \langle (1,0,2), (1,2,0) \rangle$ e $W = \langle (1,-1,1), (0,1,0) \rangle$ di $\mathbb{R}^3$.

a) Calcolare, se esiste, un vettore $\mathbf{w}_0 \in W$ la cui proiezione ortogonale su U sia $p_U(\mathbf{w_0}) = (1,0,2)$.

b) Determinare un sottospazio $S \leq \mathbb{R}^3$ di dimensione 1 in modo tale che, se p_S è la proiezione ortogonale su S, si abbia $p_S(U) \subseteq W$ e $p_S(W) \subseteq U$.

c) Quanti sono i possibili sottospazi S che soddisfano la condizione precedente?

Voltare pagina

Esercizio 3 In un fissato sistema di riferimento ortonormale $(\mathcal{R}; x, y, z)$, consideriamo la retta

$$r : \begin{cases} 2x + z = 2 \\ 3y - z = 3 \end{cases} .$$

a) Scrivere equazioni cartesiane di tutte le rette dello spazio passanti per $P = (7, 4, 2)$ ed ortogonali ad r.

b) Determinare la posizione reciproca di tali rette con la retta r.

c) Scrivere le equazioni della retta r' passante per P e parallela ad r.

d) Determinare i piani contenenti r' che distano $\frac{7}{\sqrt{2}}$ da r.

e) Sia $(\mathcal{R}'; X, Y, Z)$ il sistema di riferimento ortonormale che ha orientamento opposto a quello di $\mathcal{R}$ ed in cui l'origine è il punto $Q_0(1, 1, 0)$, l'asse X è la retta r, orientata secondo le x crescenti ed il punto P ha coordinate $(0, 0, 7)$. Scrivere le equazioni di passaggio tra i due riferimenti.

f) Scelto a piacere uno dei piani trovati al punto d), scriverne le equazioni nel sistema di riferimento $\mathcal{R}'$.

Tutte le risposte vanno opportunamente giustificate

LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTE-TERRITORIO

Corso di Matematica 2

II^a prova di accertamento – Padova 10-12-07

TEMA n.2

PARTE 1. Quesiti preliminari

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false giustificando brevemente la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata):

a) Esistono due vettori non nulli di $\mathbb{R}^3$ ortogonali e linearmente dipendenti.

b) Il sistema di equazioni $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ in $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ descrive una retta passante per il punto $(2, 1)$.

c) Ogni matrice simmetrica è simile ad una matrice invertibile.

PARTE 2. Esercizi

Esercizio 1 Si consideri, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la matrice:

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & \alpha \\ 2 & -2 & \alpha - 1 \end{pmatrix}.$$

a) Il sottospazio $\langle (1, 0, 0), (0, 1, 0) \rangle$ contiene autovettori di A_α?

b) Determinare gli autovalori e gli autospazi di A_α.

c) Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la matrice è diagonalizzabile.

d) Esistono valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali gli autospazi siano tra loro ortogonali?

e) Per $\alpha = 0$, deteminare una matrice H tale che $H^{-1}AH$ sia triangolare superiore.

Esercizio 2 Si considerino i sottospazi $U = \langle (2, 0, 1), (0, 2, -1) \rangle$ e $W = \langle (1, 1, 1), (0, 1, 0) \rangle$ di $\mathbb{R}^3$.

a) Calcolare, se esiste, un vettore $\mathbf{w}_0 \in W$ la cui proiezione ortogonale su U sia $p_U(\mathbf{w_0}) = (2, 0, 1)$.

b) Determinare un sottospazio $S \leq \mathbb{R}^3$ di dimensione 1 in modo tale che, se p_S è la proiezione ortogonale su S, si abbia $p_S(U) \subseteq W$ e $p_S(W) \subseteq U$..

c) Quanti sono i possibili sottospazi S che soddisfano la condizione precedente?

Voltare pagina

Esercizio 3 In un fissato sistema di riferimento ortonormale $(\mathcal{R}; x, y, z)$, consideriamo la retta

$$r : \begin{cases} 3x + y = 4 \\ y + 2z = 1 \end{cases} .$$

a) Scrivere equazioni cartesiane di tutte le rette dello spazio passanti per $P = (7, 4, 2)$ ed ortogonali ad r.

b) Determinare la posizione reciproca di tali rette con la retta r.

c) Scrivere le equazioni della retta r' passante per P e parallela ad r.

d) Determinare i piani contenenti r' che distano $\frac{7}{\sqrt{2}}$ da r.

e) Sia $(\mathcal{R}'; X, Y, Z)$ il sistema di riferimento ortonormale che ha orientamento opposto a quello di $\mathcal{R}$ ed in cui l'origine è il punto $Q_0(1, 1, 0)$, l'asse X è la retta r, orientata secondo le x crescenti ed il punto P ha coordinate $(0, 0, 7)$. Scrivere le equazioni di passaggio tra i due riferimenti.

f) Scelto a piacere uno dei piani trovati al punto d), scriverne le equazioni nel sistema di riferimento $\mathcal{R}'$.

Tutte le risposte vanno opportunamente giustificate

LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTE-TERRITORIO
Corso di Matematica 2
II^a prova di accertamento – Padova 10-12-07
TEMA n.3

PARTE 1. Quesiti preliminari

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false giustificando brevemente la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata):

a) Nello spazio euclideo tridimensionale, dati un piano π ed punto $P \notin \pi$, esiste una ed una sola retta per P ortogonale a π.

b) L'equazione $3x - 2y = 1$ in $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ descrive un piano passante per il punto $(1, 1, 0)$.

c) Ogni matrice ortogonale è simile ad una matrice diagonale.

PARTE 2. Esercizi

Esercizio 1 Si consideri, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la matrice:

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha+1 & 2 & 2 \\ \alpha & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Il sottospazio $\langle(0, 1, 0), (0, 0, 1)\rangle$ contiene autovettori di A_α?

b) Determinare gli autovalori e gli autospazi di A_α.

c) Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la matrice è diagonalizzabile.

d) Esistono valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali gli autospazi siano tra loro ortogonali?

e) Per $\alpha = 0$, deteminare una matrice H tale che $H^{-1}AH$ sia triangolare superiore.

Esercizio 2 Si considerino i sottospazi $U = \langle(2, -1, 0), (0, 1, 2)\rangle$ e $W = \langle(1, 1, 1), (0, 1, 0)\rangle$ di $\mathbb{R}^3$.

a) Calcolare, se esiste, un vettore $\mathbf{w_0} \in W$ la cui proiezione ortogonale su U sia $p_U(\mathbf{w_0}) = (2, -1, 0)$.

b) Determinare un sottospazio $S \leq \mathbb{R}^3$ di dimensione 1 in modo tale che, se p_S è la proiezione ortogonale su S, si abbia $p_S(U) \subseteq W$ e $p_S(W) \subseteq U$.

c) Quanti sono i possibili sottospazi S che soddisfano la condizione precedente?

Voltare pagina

Esercizio 3 In un fissato sistema di riferimento ortonormale $(\mathcal{R}; x, y, z)$, consideriamo la retta

$$r : \begin{cases} 3x - y = 2 \\ y - 2z = 1 \end{cases} .$$

a) Scrivere equazioni cartesiane di tutte le rette dello spazio passanti per $P = (7, -2, 2)$ ed ortogonali ad r.

b) Determinare la posizione reciproca di tali rette con la retta r.

c) Scrivere le equazioni della retta r' passante per P e parallela ad r.

d) Determinare i piani contenenti r' che distano $\frac{7}{\sqrt{2}}$ da r.

e) Sia $(\mathcal{R}'; X, Y, Z)$ il sistema di riferimento ortonormale che ha orientamento opposto a quello di $\mathcal{R}$ ed in cui l'origine è il punto $Q_0(1, 1, 0)$, l'asse X è la retta r, orientata secondo le x crescenti ed il punto P ha coordinate $(0, 0, 7)$. Scrivere le equazioni di passaggio tra i due riferimenti.

f) Scelto a piacere uno dei piani trovati al punto d), scriverne le equazioni nel sistema di riferimento $\mathcal{R}'$.

Tutte le risposte vanno opportunamente giustificate

LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTE-TERRITORIO

Corso di Matematica 2

II^a prova di accertamento – Padova 10-12-07

TEMA n.4

PARTE 1. Quesiti preliminari

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false giustificando brevemente la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata):

a) Nello spazio euclideo tridimensionale, dati una retta r ed un punto $P \notin r$, esiste un'unica retta s passante per P ortogonale ad r.

b) L'equazione $3x - 2y = 1$ in $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ descrive una retta parallela al vettore $(3, -2)$.

c) Ogni matrice simmetrica è simile ad una matrice diagonale.

PARTE 2. Esercizi

Esercizio 1 Si consideri, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la matrice:

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha - 1 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ \alpha & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Il sottospazio $\langle (0, 1, 0), (0, 0, 1) \rangle$ contiene autovettori di A_α?

b) Determinare gli autovalori e gli autospazi di A_α.

c) Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la matrice è diagonalizzabile.

d) Esistono valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali gli autospazi siano tra loro ortogonali?

e) Per $\alpha = 0$, deteminare una matrice H tale che $H^{-1}AH$ sia triangolare superiore.

Esercizio 2 Si considerino i sottospazi $U = \langle (2, 0, -1), (0, 2, 1) \rangle$ e $W = \langle (1, 1, 1), (0, 0, 1) \rangle$ di $\mathbb{R}^3$.

a) Calcolare, se esiste, un vettore $\mathbf{w_0} \in W$ la cui proiezione ortogonale su U sia $p_U(\mathbf{w_0}) = (2, 0, -1)$.

b) Determinare un sottospazio $S \leq \mathbb{R}^3$ di dimensione 1 in modo tale che, se p_S è la proiezione ortogonale su S, si abbia $p_S(U) \subseteq W$ e $p_S(W) \subseteq U$.

c) Quanti sono i possibili sottospazi S che soddisfano la condizione precedente?

Voltare pagina

Esercizio 3 In un fissato sistema di riferimento ortonormale $(\mathcal{R}; x, y, z)$, consideriamo la retta

$$r : \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 3y + z = 3 \end{cases} .$$

a) Scrivere equazioni cartesiane di tutte le rette dello spazio passanti per $P = (7, -2, 2)$ ed ortogonali ad r.

b) Determinare la posizione reciproca di tali rette con la retta r.

c) Scrivere le equazioni della retta r' passante per P e parallela ad r.

d) Determinare i piani contenenti r' che distano $\frac{7}{\sqrt{2}}$ da r.

e) Sia $(\mathcal{R}'; X, Y, Z)$ il sistema di riferimento ortonormale che ha orientamento opposto a quello di $\mathcal{R}$ ed in cui l'origine è il punto $Q_0(1, 1, 0)$, l'asse X è la retta r, orientata secondo le x crescenti ed il punto P ha coordinate $(0, 0, 7)$. Scrivere le equazioni di passaggio tra i due riferimenti.

f) Scelto a piacere uno dei piani trovati al punto d), scriverne le equazioni nel sistema di riferimento $\mathcal{R}'$.

Tutte le risposte vanno opportunamente giustificate