CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA, AMBIENTE - TERRITORIO, CHIMICA-MATERIALI

Padova 21-03-06

II prova parziale

TEMA n.1

Esercizio 1. Data la matrice

$$A_s = \begin{pmatrix} 4 & s-4 & 0 \\ 2 & s-2 & 0 \\ s-2 & 2-s & s \end{pmatrix},$$

i) stabilire per quali valori del parametro reale s la matrice A_s è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$;

ii) per ognuno dei valori trovati in *i)* determinare una base $\mathcal{B}_s$ di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori di A_s;

iii) posto $s = 4$ si ortonormalizzi la base $\mathcal{B}_4$. Si ottiene in questo modo una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori della matrice A_4?

Esercizio 2. Verificare che $\mathcal{B} = \{(1,5,-3),(7,1,-4),(2,11,9)\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$. Indicata con $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$, siano f e g i due endomorfismi di $\mathbb{R}^3$ che hanno le seguenti matrici nelle base indicate

$$M(f;\mathcal{B},\mathcal{E}) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{ed} \qquad M(g;\mathcal{E},\mathcal{B}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

Scrivere la matrice di $f \circ g$ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 3. Nello spazio euclideo di dimensione tre si considerino i punti $A = (1,5,1)$, $B = (5,4,2)$, $C = (1,8,4)$.

a) Mostrare che i punti A, B, C non sono allineati e determinare il piano π che li contiene;

b) determinare, se possibile, un punto D tale che il quadrilatero di vertici A, B, C, D sia un quadrato;

c) scrivere le equazioni cartesiane della retta r ortogonale al piano π e passante per B;

d) calcolare la distanza della retta r dalla retta s passante per $(0,0,0)$ e parallela al vettore $v = (1,2,-1)$;

e) determinare il luogo dei punti equidistanti dai punti A, B, C. È una varietà lineare? Se sì, di quale dimensione?

Esercizio 4. Determinare tutti i sottospazi U di $\mathbb{R}^3$ tali che la proiezione ortogonale di $(1,2,0)$ su U sia $(1,1,1)$.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.

CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA, AMBIENTE - TERRITORIO, CHIMICA-MATERIALI

Padova 21-03-06

II prova parziale

TEMA n. 2

Esercizio 1. Data la matrice

$$A_s = \begin{pmatrix} 4 & s-1 & 0 \\ 2 & s+1 & 0 \\ s+1 & -1-s & s+3 \end{pmatrix},$$

i) stabilire per quali valori del parametro reale s la matrice A_s è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$;

ii) per ognuno dei valori trovati in *i)* determinare una base $\mathcal{B}_s$ di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori di A_s;

iii) posto $s = 1$ si ortonormalizzi la base $\mathcal{B}_1$. Si ottiene in questo modo una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori della matrice A_1?

Esercizio 2. Verificare che $\mathcal{B} = \{(-3, 1, -3), (7, 0, 1), (2, 11, -9)\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$. Indicata con $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$, siano f e g i due endomorfismi di $\mathbb{R}^3$ che hanno le seguenti matrici nelle base indicate

$$M(f; \mathcal{B}, \mathcal{E}) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{ed} \qquad M(g; \mathcal{E}, \mathcal{B}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Scrivere la matrice di $f \circ g$ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 3. Nello spazio euclideo di dimensione tre si considerino i punti $A = (-1, 4, -1)$, $B = (2, 7, -1)$, $C = (0, 3, 3)$.

a) Mostrare che i punti A, B, C non sono allineati e determinare il piano π che li contiene;

b) determinare, se possibile, un punto D tale che il quadrilatero di vertici A, B, C, D sia un quadrato;

c) scrivere le equazioni cartesiane della retta r ortogonale al piano π e passante per B;

d) calcolare la distanza della retta r dalla retta s passante per $(0, 0, 0)$ e parallela al vettore $v = (0, 2, -1)$;

e) determinare il luogo dei punti equidistanti dai punti A, B, C. È una varietà lineare? Se sì, di quale dimensione?

Esercizio 4. Determinare tutti i sottospazi U di $\mathbb{R}^3$ tali che la proiezione ortogonale di $(0, 2, 1)$ su U sia $(1, 1, 1)$.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.

CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA, AMBIENTE - TERRITORIO, CHIMICA-MATERIALI

Padova 21-03-06

II prova parziale

TEMA n. 3

Esercizio 1. Data la matrice

$$A_s = \begin{pmatrix} 4 & s-5 & 0 \\ 2 & s-3 & 0 \\ s-3 & 3-s & s-1 \end{pmatrix},$$

i) stabilire per quali valori del parametro reale s la matrice A_s è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$;

ii) per ognuno dei valori trovati in *i*) determinare una base $\mathcal{B}_s$ di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori di A_s;

iii) posto $s = 5$ si ortonormalizzi la base $\mathcal{B}_5$. Si ottiene in questo modo una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori della matrice A_5?

Esercizio 2. Verificare che $\mathcal{B} = \{(-3,1,0),(1,1,1),(15,18,-9)\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$. Indicata con $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$, siano f e g i due endomorfismi di $\mathbb{R}^3$ che hanno le seguenti matrici nelle base indicate

$$M(f;\mathcal{B},\mathcal{E}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{ed} \qquad M(g;\mathcal{E},\mathcal{B}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

Scrivere la matrice di $f \circ g$ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 3. Nello spazio euclideo di dimensione tre si considerino i punti $A = (-2,8,-2)$, $B = (2,7,-1)$, $C = (-2,5,-5)$.

a) Mostrare che i punti A, B, C non sono allineati e determinare il piano π che li contiene;

b) determinare, se possibile, un punto D tale che il quadrilatero di vertici A, B, C, D sia un quadrato;

c) scrivere le equazioni cartesiane della retta r ortogonale al piano π e passante per B;

d) calcolare la distanza della retta r dalla retta s passante per $(1,0,0)$ e parallela al vettore $v = (0,1,1)$;

e) determinare il luogo dei punti equidistanti dai punti A, B, C. È una varietà lineare? Se sì, di quale dimensione?

Esercizio 4. Determinare tutti i sottospazi U di $\mathbb{R}^3$ tali che la proiezione ortogonale di $(0,2,2)$ su U sia $(1,2,1)$.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.

CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA, AMBIENTE - TERRITORIO, CHIMICA-MATERIALI

Padova 21-03-06

II prova parziale

TEMA n. 4

Esercizio 1. Data la matrice

$$A_s = \begin{pmatrix} 4 & s-2 & 0 \\ 2 & s & 0 \\ s & -s & s+2 \end{pmatrix},$$

i) stabilire per quali valori del parametro reale s la matrice A_s è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$;

ii) per ognuno dei valori trovati in *i*) determinare una base $\mathcal{B}_s$ di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori di A_s;

iii) posto $s = 2$ si ortonormalizzi la base $\mathcal{B}_2$. Si ottiene in questo modo una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori della matrice A_2?

Esercizio 2. Verificare che $\mathcal{B} = \{(21, 0, -3), (19, 1, 1), (2, 11, -9)\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$. Indicata con $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$, siano f e g i due endomorfismi di $\mathbb{R}^3$ che hanno le seguenti matrici nelle base indicate

$$M(f; \mathcal{B}, \mathcal{E}) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{ed} \qquad M(g; \mathcal{E}, \mathcal{B}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

Scrivere la matrice di $f \circ g$ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 3. Nello spazio euclideo di dimensione tre si considerino i punti $A = (0, 6, 6)$, $B = (3, 6, 3)$, $C = (1, 2, 7)$.

a) Mostrare che i punti A, B, C non sono allineati e determinare il piano π che li contiene;

b) determinare, se possibile, un punto D tale che il quadrilatero di vertici A, B, C, D sia un quadrato;

c) scrivere le equazioni cartesiane della retta r ortogonale al piano π e passante per B;

d) calcolare la distanza della retta r dalla retta s passante per $(0, 1, 0)$ e parallela al vettore $v = (4, 5, -2)$;

e) determinare il luogo dei punti equidistanti dai punti A, B, C. È una varietà lineare? Se sì, di quale dimensione?

Esercizio 4. Determinare tutti i sottospazi U di $\mathbb{R}^3$ tali che la proiezione ortogonale di $(2, 3, 0)$ su U sia $(1, 0, -1)$.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.