CORSO DI FONDAMENTI DI ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA - LAUREA IN INGEGNERIA AMBIENTE-TERRITORIO

Padova 15-06-2010

I Appello

TEMA n.1

Parte 1. Quesiti preliminari.

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false **giustificando brevemente** la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata).

1) La proiezione ortogonale del vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ sul sottospazio $\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$ è nulla.

2) Le coordinate del vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ nella base $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ sono $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

3) Ogni matrice ortogonale è invertibile.

Parte 2. Esercizi.

Esercizio 1. Si considerino la matrice A_α dipendente dal parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ ed i seguenti vettori:

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & \alpha+1 \\ 0 & \alpha^2 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha+1 & \alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$$

a) Determinare nucleo e immagine di A_α al variare del parametro α.

b) Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ i vettori assegnati hanno la stessa immagine mediante A_α.

c) Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la matrice A_α è diagonalizzabile in $\mathbb{R}$ e per i valori trovati determinare una base di autovettori.

d) Per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la matrice A_α è ortogonalmente diagonalizzabile?

e) Esistono valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che la matrice A_α sia simile ad una matrice ortogonale?

f) Scelto a piacere un valore di $\bar{\alpha} \in \mathbb{R}$ tale che la matrice abbia un unico autovalore, determinare la forma di Jordan J di $A_{\bar{\alpha}}$ ed una matrice H tale che $H^{-1}A_{\bar{\alpha}}H = J$.

g) Posto $\alpha = i \in \mathbb{C}$, deteminare gli autospazi in $\mathbb{C}^4$ della matrice A_i.

(voltare pagina)

Esercizio 2. Si considerino i sottospazi $U = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$ e $W = \langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle$ di $\mathbb{R}^3$:

a) calcolare la proiezione ortogonale del sottospazio $U^\perp \cap W^\perp$ sul sottospazio $(U+W)^\perp$;

b) determinare tutti i vettori $v \in \mathbb{R}^3$ tali che si abbia $p_U(v) = p_W(v)$.

c) Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare $g \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2x+y \\ x+y \end{pmatrix}$. Determinare, se esiste, un endomorfismo f di $\mathbb{R}^3$ tale che $f \circ g = 0$ nonché:

$$p_U \circ f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad p_W \circ f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in \operatorname{Im} f.$$

Esercizio 3. Si consideri, al variare di $\gamma \in \mathbb{R}$, la varietà lineare $S_\gamma = \begin{pmatrix} 2 \\ \gamma \\ 2 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\gamma \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$.

a) Per ogni $\gamma \in \mathbb{R}$ determinare un sistema lineare che abbia S_γ come insieme di soluzioni.

b) Determinare $\cap_{\gamma \in \mathbb{R}} S_\gamma$.

c) Stabilire per quali valori di γ l'insieme S_γ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$ e determinare $\langle S_\gamma \rangle$ al variare di $\gamma \in \mathbb{R}$.

d) Per ogni $\gamma \in \mathbb{R}$ determinare un sottospazio vettoriale U di $\mathbb{R}^3$ tale che $\langle S_\gamma \rangle \oplus U = \mathbb{R}^3$.

Esercizio 4. Nello spazio euclideo $\mathbb{A}^3$ si considerino il vettore $v = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, il punto $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e la retta r di equazioni parametriche $\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1. \end{cases}$

a) Determinare l'equazione cartesiana del piano π contenente la retta r e parallelo al vettore v.

b) Determinare equazioni cartesiane di una retta t contenuta nel piano π, ortogonale ad r e passante per il punto P.

c) Determinare equazioni cartesiane delle rette s_1, s_2, sul piano π, bisettrici degli angoli formati dalle rette r e t.

d) Determinare equazioni cartesiane delle rette s_1, s_2 in un sistema di riferimento euclideo (X, Y, Z) in cui l'asse X sia la retta r e l'asse Y sia la retta t.

Tutte le risposte vanno opportunamente giustificate

CORSO DI FONDAMENTI DI ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA - LAUREA IN INGEGNERIA AMBIENTE-TERRITORIO

Padova 15-06-2010

I Appello

TEMA n.2

Parte 1. Quesiti preliminari.

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false **giustificando brevemente** la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata).

1) La proiezione ortogonale del vettore $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ sul sottospazio $\langle \begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix} \rangle$ è nulla.

2) Le coordinate del vettore $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ nella base $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \right\}$ sono $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$.

3) Ogni matrice diagonale è invertibile.

Parte 2. Esercizi.

Esercizio 1. Si considerino la matrice B_h dipendente dal parametro $h \in \mathbb{R}$ ed i seguenti vettori:

$$B_h = \begin{pmatrix} h^2 & 0 & 0 & -h+1 \\ 0 & -h & 0 & 0 \\ 0 & -h+1 & -h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h^2 \end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix}-2\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\3\\0\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$$

a) Determinare nucleo e immagine di B_h al variare del parametro h.

b) Stabilire per quali $h \in \mathbb{R}$ i vettori assegnati hanno la stessa immagine mediante B_h.

c) Determinare per quali valori del parametro $h \in \mathbb{R}$ la matrice B_h è diagonalizzabile in $\mathbb{R}$ e per i valori trovati determinare una base di autovettori.

d) Per quali valori del parametro B_h la matrice B_h è ortogonalmente diagonalizzabile?

e) Esistono valori di $h \in \mathbb{R}$ tali che la matrice B_h sia simile ad una matrice ortogonale?

f) Scelto a piacere un valore di $\bar{h} \in \mathbb{R}$ tale che la matrice abbia un unico autovalore, determinare la forma di Jordan J di $B_{\bar{h}}$ ed una matrice H tale che $H^{-1}B_{\bar{h}}H = J$.

g) Posto $h = i \in \mathbb{C}$, deteminare gli autospazi in $\mathbb{C}^4$ della matrice B_i.

(voltare pagina)

Esercizio 2. Si considerino i sottospazi $U_1 = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$ e $U_2 = \langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \rangle$ di $\mathbb{R}^3$:

a) calcolare la proiezione ortogonale del sottospazio $U_1^\perp \cap U_2^\perp$ sul sottospazio $(U_1 + U_2)^\perp$;

b) determinare tutti i vettori $v \in \mathbb{R}^3$ tali che si abbia $p_{U_1}(v) = p_{U_2}(v)$.

c) Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare $g \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x + 2y \\ x + y \end{pmatrix}$. Determinare, se esiste, un endomorfismo f di $\mathbb{R}^3$ tale che $f \circ g = 0$ nonché:

$$p_{U_1} \circ f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad p_{U_2} \circ f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \in \operatorname{Im} f.$$

Esercizio 3. Si consideri, al variare di $\beta \in \mathbb{R}$, la varietà lineare $S_\beta = \begin{pmatrix} \beta \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} \beta \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle$.

a) Per ogni $\beta \in \mathbb{R}$ determinare un sistema lineare che abbia S_β come insieme di soluzioni.

b) Determinare $\cap_{\beta \in \mathbb{R}} S_\beta$.

c) Stabilire per quali valori di β l'insieme S_β è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$ e determinare $\langle S_\beta \rangle$ al variare di $\beta \in \mathbb{R}$.

d) Per ogni $\beta \in \mathbb{R}$ determinare un sottospazio vettoriale V di $\mathbb{R}^3$ tale che $\langle S_\beta \rangle \oplus V = \mathbb{R}^3$.

Esercizio 4. Nello spazio euclideo $\mathbb{A}^3$ si considerino il vettore $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, il punto $P = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e la retta r di equazioni parametriche $\begin{cases} x = -\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = 1. \end{cases}$

a) Determinare l'equazione cartesiana del piano π contenente la retta r e parallelo al vettore v.

b) Determinare equazioni cartesiane di una retta t contenuta nel piano π, ortogonale ad r e passante per il punto P.

c) Determinare equazioni cartesiane delle rette s_1, s_2, sul piano π, bisettrici degli angoli formati dalle rette r e t.

d) Determinare equazioni cartesiane delle rette s_1, s_2 in un sistema di riferimento euclideo (X, Y, Z) in cui l'asse Y sia la retta r e l'asse Z sia la retta t.

Tutte le risposte vanno opportunamente giustificate

CORSO DI FONDAMENTI DI ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA - LAUREA IN INGEGNERIA AMBIENTE-TERRITORIO

Padova 15-06-2010

I Appello

TEMA n.3

Parte 1. Quesiti preliminari.

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false **giustificando brevemente** la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata).

1) La proiezione ortogonale del vettore $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ sul sottospazio $\langle \begin{pmatrix}1\\5\\1\end{pmatrix} \rangle$ è nulla.

2) Le coordinate del vettore $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ nella base $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \right\}$ sono $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.

3) Ogni matrice di cambiamento di base è invertibile.

Parte 2. Esercizi.

Esercizio 1. Si considerino la matrice H_γ dipendente dal parametro $\gamma \in \mathbb{R}$ ed i seguenti vettori:

$$H_\gamma = \begin{pmatrix}\gamma^2 & 0 & 0 & \gamma+1\\ 0 & \gamma & 0 & 0\\ 0 & \gamma+1 & \gamma & 0\\ 0 & 0 & 0 & \gamma^2\end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix}3\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\0\\5\\0\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$$

a) Determinare nucleo e immagine di H_γ al variare del parametro γ.

b) Stabilire per quali $\gamma \in \mathbb{R}$ i vettori assegnati hanno la stessa immagine mediante H_γ.

c) Determinare per quali valori del parametro $\gamma \in \mathbb{R}$ la matrice H_γ è diagonalizzabile in $\mathbb{R}$ e per i valori trovati determinare una base di autovettori.

d) Per quali valori del parametro γ la matrice H_γ è ortogonalmente diagonalizzabile?

e) Esistono valori di $\gamma \in \mathbb{R}$ tali che la matrice H_γ sia simile ad una matrice ortogonale?

f) Scelto a piacere un valore $\bar{\gamma} \in \mathbb{R}$ tale che la matrice abbia un unico autovalore, determinare la forma di Jordan J di $H_{\bar{\gamma}}$ ed una matrice K tale che $K^{-1}H_{\bar{\gamma}}K = J$.

g) Posto $\gamma = i \in \mathbb{C}$, deteminare gli autospazi in $\mathbb{C}^4$ della matrice H_i.

(voltare pagina)

Esercizio 2. Si considerino i sottospazi $V_1 = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle$ e $V_2 = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$ di $\mathbb{R}^3$:

a) calcolare la proiezione ortogonale del sottospazio $(V_1 + V_2)^\perp$ sul sottospazio $V_1^\perp \cap V_2^\perp$;

b) determinare tutti i vettori $v \in \mathbb{R}^3$ tali che si abbia $p_{V_1}(v) = p_{V_2}(v)$.

c) Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare $g \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2x + y \\ x + y \end{pmatrix}$. Determinare, se esiste, un endomorfismo f di $\mathbb{R}^3$ tale che $f \circ g = 0$ nonché:

$$p_{V_1} \circ f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad p_{V_2} \circ f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \operatorname{Im} f.$$

Esercizio 3. Si consideri, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la varietà lineare $S_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \alpha \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \alpha \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$.

a) Per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ determinare un sistema lineare che abbia S_α come insieme di soluzioni.

b) Determinare $\cap_{\alpha \in \mathbb{R}} S_\alpha$.

c) Stabilire per quali valori di α l'insieme S_α è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$ e determinare $\langle S_\alpha \rangle$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

d) Per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ determinare un sottospazio vettoriale T di $\mathbb{R}^3$ tale che $\langle S_\alpha \rangle \oplus T = \mathbb{R}^3$.

Esercizio 4. Nello spazio euclideo $\mathbb{A}^3$ si considerino il vettore $v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, il punto $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ e la retta r di equazioni parametriche $\begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 1 \\ z = -1 - \lambda. \end{cases}$

a) Determinare l'equazione cartesiana del piano π contenente la retta r e parallelo al vettore v.

b) Determinare equazioni cartesiane di una retta t contenuta nel piano π, ortogonale ad r e passante per il punto P.

c) Determinare equazioni cartesiane delle rette s_1, s_2, sul piano π, bisettrici degli angoli formati dalle rette r e t.

d) Determinare equazioni cartesiane delle rette s_1, s_2 in un sistema di riferimento euclideo (X, Y, Z) in cui l'asse X sia la retta r e l'asse Z sia la retta t.

Tutte le risposte vanno opportunamente giustificate

CORSO DI FONDAMENTI DI ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA - LAUREA IN INGEGNERIA AMBIENTE-TERRITORIO

Padova 15-06-2010

I Appello

TEMA n.4

Parte 1. Quesiti preliminari.

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false **giustificando brevemente** la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata).

1) La proiezione ortogonale del vettore $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ sul sottospazio $\langle \begin{pmatrix}3\\1\\3\end{pmatrix} \rangle$ è nulla.

2) Le coordinate del vettore $\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ nella base $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \right\}$ sono $\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$.

3) Ogni matrice simmetrica è invertibile.

Parte 2. Esercizi.

Esercizio 1. Si considerino la matrice M_k dipendente dal parametro $k \in \mathbb{R}$ ed i seguenti vettori:

$$M_k = \begin{pmatrix} -k & 0 & 0 & -k+1 \\ 0 & k^2 & 0 & 0 \\ 0 & -k+1 & k^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k \end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix}-3\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4\\0\\-1\\0\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$$

a) Determinare nucleo e immagine di M_k al variare del parametro k.

b) Stabilire per quali $k \in \mathbb{R}$ i vettori assegnati hanno la stessa immagine mediante M_k.

c) Determinare per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ la matrice M_k è diagonalizzabile in $\mathbb{R}$ e per i valori trovati determinare una base di autovettori.

d) Per quali valori del parametro k la matrice M_k è ortogonalmente diagonalizzabile?

e) Esistono valori di $k \in \mathbb{R}$ tali che la matrice M_k sia simile ad una matrice ortogonale?

f) Scelto a piacere un valore $\bar{k} \in \mathbb{R}$ tale che la matrice abbia un unico autovalore, determinare la forma di Jordan J di $M_{\bar{k}}$ ed una matrice H tale che $H^{-1}M_{\bar{k}}H = J$.

g) Posto $k = i \in \mathbb{C}$, deteminare gli autospazi in $\mathbb{C}^4$ della matrice M_i.

(voltare pagina)

Esercizio 2. Si considerino i sottospazi $S = \langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$ e $T = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$ di $\mathbb{R}^3$:

a) calcolare la proiezione ortogonale del sottospazio $(S+T)^\perp$ sul sottospazio $S^\perp \cap T^\perp$;

b) determinare tutti i vettori $v \in \mathbb{R}^3$ tali che si abbia $p_S(v) = p_T(v)$.

c) Sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare $g \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x+2y \\ x+y \end{pmatrix}$. Determinare, se esiste, un endomorfismo f di $\mathbb{R}^3$ tale che $f \circ g = 0$ nonché:

$$p_S \circ f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad p_T \circ f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in \operatorname{Im} f.$$

Esercizio 3. Si consideri, al variare di $\delta \in \mathbb{R}$, la varietà lineare $S_\delta = \begin{pmatrix} 1 \\ \delta \\ 1 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 1 \\ \delta \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$.

a) Per ogni $\delta \in \mathbb{R}$ determinare un sistema lineare che abbia S_δ come insieme di soluzioni.

b) Determinare $\cap_{\delta \in \mathbb{R}} S_\delta$.

c) Stabilire per quali valori di δ l'insieme S_δ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$ e determinare $\langle S_\delta \rangle$ al variare di $\delta \in \mathbb{R}$.

d) Per ogni $\delta \in \mathbb{R}$ determinare un sottospazio vettoriale Z di $\mathbb{R}^3$ tale che $\langle S_\delta \rangle \oplus Z = \mathbb{R}^3$.

Esercizio 4. Nello spazio euclideo $\mathbb{A}^3$ si considerino il vettore $v = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, il punto $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e la retta r di equazioni parametriche $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 - \lambda \\ z = 3 + \lambda. \end{cases}$

a) Determinare l'equazione cartesiana del piano π contenente la retta r e parallelo al vettore v.

b) Determinare equazioni cartesiane di una retta t contenuta nel piano π, ortogonale ad r e passante per il punto P.

c) Determinare equazioni cartesiane delle rette s_1, s_2, sul piano π, bisettrici degli angoli formati dalle rette r e t.

d) Determinare equazioni cartesiane delle rette s_1, s_2 in un sistema di riferimento euclideo (X, Y, Z) in cui l'asse Z sia la retta r e l'asse Y sia la retta t.

Tutte le risposte vanno opportunamente giustificate