

LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA o AEROSPAZIALE

Corso di Matematica 2

PADOVA 17-07-2003

1. Si scrivano in forma trigonometrica le radici di $f(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$ sapendo che $f(x) = \frac{x^6-1}{x+1}$.

2. Sia L_A l'endomorfismo associato alla matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$;

si calcoli la controimmagine di $(0, 4, -1, 4)$.

3. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ di $M_3(\mathbf{R})$.

- a) Dire per quale valore di $t \in \mathbf{R}$ la terna $(1+t, -t, -1)$ è autovettore di A .
Qual è l'autovalore corrispondente?
- b) La matrice A è simile alla matrice

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}?$$

In caso affermativo determinare una matrice H invertibile tale che $H^{-1}AH = B$.

4. Si scrivano delle equazioni parametriche e l'equazione cartesiana del piano π che passa per $A(1, 2, 3), B(1, 0, -1)$ ed è parallelo alla retta $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$.

Esiste un piano π' parallelo a π che contiene la retta $x = y = z$? Giustificare la risposta.

5. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera:

- una matrice quadrata con una colonna di zero ha almeno un autovettore;
- se esiste una base ortonormale di $\mathbf{R}^n$ formata da autovettori di una matrice A , allora A è diagonale;
- ogni sistema lineare $AX = \lambda X$ di n equazioni in n incognite definisce un autospazio di A ;
- per ogni matrice quadrata $A \in M_n(\mathbf{R})$ esiste una base di $\mathbf{R}^n$ formata da autovettori di A .