

LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA o AEROSPAZIALE

Corso di Matematica 2

PADOVA 26-11-2002

2^o Prova finale

TEMA n.1

1. Si consideri, al variare di $h \in \mathbf{R}$, l'applicazione lineare $L_h : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^4$ data, rispetto alle

basi canoniche, dalla matrice $A_h = \begin{pmatrix} 1 & h & 2 \\ h & 1 & 2 \\ 1 & h & 1-h \\ 0 & 0 & -2h-2 \end{pmatrix}$.

a) Si determinino, al variare di h , una base del nucleo e la dimensione dell'immagine di L_h .

b) Si determini, al variare di h , l'antiimmagine del vettore $(1, 0, -2, -2)$.

2. Sia dato il sottospazio $U = \langle (0, 1, 1), (1, 2, 3) \rangle$ di \mathbf{R}^3 .

a) Si determini la proiezione ortogonale di $(1, 1, 1)$ su U .

b) Determinare un sottospazio V di \mathbf{R}^3 tale che $U + V$ e $U^\perp + V$ siano somme dirette.

3. Date le seguenti varietà lineari:

$$\mathcal{L} = (1, 2, 3) + \langle (1, 0, 1), (1, 1, 0) \rangle, \quad \mathcal{M} = (2, 0, 4) + \langle (2, 1, 1), (0, 1, -1) \rangle,$$

a) scrivere due sistemi lineari Σ_1, Σ_2 nelle incognite (x_1, x_2, x_3) le cui soluzioni siano rispettivamente \mathcal{L} e \mathcal{M} ;

b) si dica se $\mathcal{L} \cap \mathcal{M}$ è una varietà lineare;

c) si descrivano \mathcal{L}, \mathcal{M} e $\mathcal{L} \cap \mathcal{M}$ quali insiemi di punti dello spazio tridimensionale euclideo.

4. Nello spazio tridimensionale euclideo siano dati il piano $\alpha : 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5 = 0$, la

$$\text{retta } r : \begin{cases} x_1 = 1 + t \\ x_2 = 4 - t \\ x_3 = 3 - 2t \end{cases} \text{ e il punto } P = \alpha \cap r.$$

a) Si calcoli una rappresentazione parametrica della retta s ortogonale ad r , incidente r e passante per $O(0, 0, 0)$.

b) Calcolare la distanza di P da s .

5. Si dica quali delle seguenti matrici sono diagonalizzabili e perché:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Fra A, B, C vi sono coppie di matrici simili?

Dopo aver risposto alle domande precedenti:

- Si determinino i moduli e il seno e il coseno degli argomenti principali dei seguenti numeri complessi:

$$z_1 = 3 + 4i \quad z_2 = 12 - 5i \quad z_3 = \frac{1}{65}(3 - 4i)(12 + 5i).$$

- Si consideri il sottoinsieme $\mathcal{N} = (1, 1, 0) + \langle (1, 0, 1), (3, 2, 1) \rangle$ di \mathbf{R}^3 .

Scrivere una base del più piccolo sottospazio di \mathbf{R}^3 che contiene \mathcal{N} .

- Attenzione: tutte le risposte devono essere giustificate.