

**CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA,
CHIMICA-MATERIALI, AMBIENTE E TERRITORIO**

Padova 29-08-2006

Primo appello di recupero

TEMA n.1

Esercizio 1. Esiste un sistema lineare che abbia tra le soluzioni $(1, -1, 3)$, $(1, 1, -1)$ e $(1, 0, 1)$? In caso affermativo, scriverne uno e determinarne tutte le soluzioni.

Esercizio 2. Si consideri la matrice

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -\alpha \\ 2 & \alpha & 1 \\ \alpha & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- i)* Esistono valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che la matrice A_α sia ortogonale?
- ii)* Esistono valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali $(1, 1, 1)$ sia autovettore di A_α ?
- iii)* Per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste una matrice ortogonale H che diagonalizza A_α ? Determinare tale matrice H per i valori trovati.

Esercizio 3.

- i)* Dimostrare che esiste un'unica applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che verifica le seguenti condizioni:

$$f(1, 0, 1) = (0, 1, -1); f(1, 2, 2) = (1, 0, 1); f(0, 1, 1) = (1, 1, 0); f(0, 0, 1) = (1, 3, -2).$$

- ii)* Scrivere la matrice di f rispetto alla base canonica.
- iii)* Determinare nucleo ed immagine di f .
- iv)* Dati i sottospazi $U = \langle (1, 0, 1), (1, 2, 2) \rangle$ e $W = \langle (0, 1, 1), (0, 0, 1) \rangle$ di \mathbb{R}^3 , è vero che $f(U \cap W) = f(U) \cap f(W)$?

Esercizio 4. Nello spazio euclideo \mathbb{R}^3 si considerino i punti $P(1, 1, -2)$ e $Q(-1, 1, 0)$.

- i)* Determinare la posizione dei punti P e Q rispetto al piano $\pi : x + y + z = 0$.
- ii)* Dimostrare che esiste un'unica retta r nel piano $\pi : x + y + z = 0$ i cui punti hanno uguale distanza da P e Q e determinarla.
- iii)* Detta r' la retta per P e Q , stabilire quale tra r ed r' ha distanza minore dalla retta

$$s : \begin{cases} x + z = 0 \\ y = 1 \end{cases}.$$

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.