

Università degli Studi di Padova

Appello 4 settembre 2002

ESAME DI MATEMATICA II

A.A.01/02

Nicoletta Cantarini- Bruno Chiarellotto

Lo studente indichi chiaramente nel foglio a quale corso di laurea triennale è iscritto. Lo studente svolga la prima parte e, solo in seguito, la seconda. Non è consentito utilizzare appunti né libri.

PRIMA PARTE

Ex.1 Al variare di λ nei reali si trovino le soluzioni \mathcal{S}_λ del sistema lineare nelle incognite x, y, z :

$$r : \begin{cases} y - \lambda x + (\lambda - 2)(z + 1) = 0 \\ (\lambda - 1)x + \lambda z = 2 \\ x + \lambda y + 2\lambda^2 z = 0 \end{cases} .$$

Ex.2 Si consideri l'endomorfismo f di \mathbf{R}^4 che, rispetto alla base canonica, sia rappresentato dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

i) Determinare $\text{Ker} f$ e $\text{Im} f$.

ii) Trovare gli autovalori e gli autospazi relativi ad ogni autovalore. Dire se la matrice è diagonalizzabile o meno.

Ex.3 Si consideri lo spazio euclideo usuale $A^3(\mathbf{R})$, con coordinate x, y, z ;

i) Sia data la retta r_0 di equazioni cartesiane

$$r_0 : \begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ y + 4z = 5 \end{cases} ,$$

si trovino le equazioni parametriche e cartesiane della retta r_1 che è ortogonale a r_0 , passante per $P = (3, 1, -5)$ e parallela al piano σ di equazione $7x - y + 2z = 5$.

ii) Determinare le equazioni del piano π contenente la retta r_0 e il punto $Q = (2, -1, 5)$.

Ex.4 Determinare la proiezione ortogonale del vettore $v = (1, 2, 1)$ sul sottospazio vettoriale $S = \langle (1, 1, -1), (0, 1, 1) \rangle$ di \mathbf{R}^3 .

Attenzione: ogni risposta deve essere opportunamente giustificata.

SECONDA PARTE

1) Rispondere alle seguenti domande:

1.a Due matrici simili hanno lo stesso rango? (giustificare la risposta)

1.b Dare la definizione di matrice ortogonale.

1.c Il sottoinsieme delle matrici $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$ dato da quelle in cui gli elementi sulla diagonale sono uguali fra loro è un sottospazio? (giustificare la risposta, cioè si mostri che lo è oppure no).

2) Nello spazio euclideo tridimensionale usuale, descrivere il luogo dei punti che distano 2 dal piano $3x - 2y = 2$.

3) Determinare un sistema che abbia esattamente lo spazio vettoriale $\langle (1, -1, 1, 0), (0, 2, -1, 1) \rangle$ come soluzione (anche in questo caso giustificare la risposta).