ESERCIZI 20-10-03

CORSO DI MATEMATICA II - INGEGNERIA MECCANICA

Esercizio 1. In $\mathbf{R}^3$ si considerino i vettori $v_1 = (t, 2t, -1)$, $v_2 = (-2, -4, t-1)$, $v_3 = (1, -2, 1)$, al variare del parametro reale t. Determinare, se esistono, i valori del parametro t per i quali v_1, v_2, v_3 sono linearmente dipendenti.

Esercizio 2. Al variare di $t \in \mathbf{R}$ si determinino le soluzioni del seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z:

$$\begin{cases} x + ty + z = 1 \\ tx + y + z = t^2 \\ x + y + tz = t. \end{cases}$$

Esercizio 3. Sia S l'insieme delle soluzioni del seguente sistema nelle incognite x, y, z:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x + 3y + 3z = 4. \end{cases}$$

i) Determinare S.

ii) Esiste una terna $(a, b, c) \in \mathbf{R}^3$ tale che $(a, b, c) + S$ sia un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$? In caso affermativo determinarla.

Esercizio 4. Sia dato il sistema nelle variabili x_1, x_2, x_3, x_4:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_4 = 1 \\ ax_1 + ax_2 - 2x_4 = 0 \\ ax_1 + (a-1)x_4 = a \end{cases}$$

Si discuta il sistema al variare di $a \in \mathbf{R}$.

Esercizio 5. In $\mathbf{R}^3$ siano dati i vettori $v_1 = (2, t, 1)$, $v_2 = (-1, 1, 0)$, $v_3 = (1, 1, t)$ dove t è un parametro reale. Si consideri l'endomorfismo f di $\mathbf{R}^3$ definito da:

$$f(e_1) = v_1, \quad f(e_2) = v_2, \quad f(e_3) = v_3$$

essendo $\{e_1, e_2, e_3\}$ la base canonica di $\mathbf{R}^3$.

a) Esistono valori del parametro t per i quali l'applicazione f è invertibile?

b) Si ponga $t = -1 + \sqrt{3}$.

(i) Si determinino una base di $\ker(f)$ ed una base di $Im(f)$.

(ii) Si scriva un'applicazione lineare $g : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ tale che $Im(g) = \ker(f)$ e si determini $f \circ g$.

(iii) Si scriva un'applicazione lineare $h : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ tale che $Im(h) = Im(f)$ e si determini $f \circ h$.

Esercizio 6. Sia S_t, al variare del parametro reale t, l'insieme delle soluzioni del seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z:

$$\begin{cases} 6x + ty + 6z = 0 \\ tx - ty = 0 \\ tx + 2z = 0. \end{cases}$$

i) Determinare S. S è un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^3$?

ii) Sia $T_s = \langle (1, 1, s), (0, 0, 1) \rangle$. Stabilire se esistono valori dei parametri reali t ed s tali che $S_t \subset T_s$.