

ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA - canale 4
a.a. 2008-2009

(i numeri di pagina, ove non specificato altrimenti, si riferiscono al testo di R. Moresco)

1a settimana

Ripresa di concetti fondamentali
(pp. 3-17)

Funzioni

iniettività, suriettività, biiettività; immagine, antiimmagine (o controimmagine), funzione identica, funzione composta

$$f : X \rightarrow Y; \quad f^{-1}(f(X)) = id(X)$$

Se una funzione composta $g \circ f$ è iniettiva, allora f è iniettiva; se $g \circ f$ è suriettiva, allora g è suriettiva.

Operazione interna: $X \times X \longrightarrow X$

$$f(x, y) = z;$$

ad esempio la somma o il prodotto

(le notazioni sono diverse per tradizione:

$x + y, \quad x \cdot y$)

operazione associativa, commutativa
 (prodotto tra numeri): $ab = ba; a(bc) = (ab)c$
 l'operazione di quoziente non è né commutativa né associativa

Elemento neutro, e , sia a destra che a sinistra:

con la notazione di somma:

$e + a = a + e = a$ viene chiamato 0;

con la notazione di prodotto:

$ea = ae = a$ viene chiamato 1.

Di elementi neutri ce ne è uno solo (se esiste!).

Elemento inverso

Se l'operazione è associativa, anche l'inverso, se \exists , è unico.

Esempio: prendere il massimo tra due numeri è operazione associativa e commutativa; se l'insieme di tali numeri non ha minimo, manca l'elemento neutro; se l'insieme ha minimo, questo è l'elemento neutro.

Operazione esterna (su X a scalari in S):
questa operazione agisce su due insiemi, uno
è X e l'altro è S : $(s, x) \mapsto 3x \in X$.

Relazioni

Una relazione in X è un sottoinsieme di
 $X \times X$.

Identità, riflessività, simmetria, transitività.

Esempi: $=$, \leq , $<$.

Equivalenze: nomi comuni, avere la stessa
marca di scarpe, similitudine di triangoli, es-
sere triangoli rettangoli, avere la stessa con-
troimmagine di uno stesso insieme.

Ovviamente elementi che appartengono ad
una equivalenza possono non appartenere
ad un'altra.

Non sono equivalenze:
 $x, y \in E$ se $|x - y| \leq 1$;
avere una distanza prefissata;
essere amici

Classe di equivalenza di x : si indica con $[x]$

Una classe di equivalenza è un sottoinsieme di X .

Le classi di equivalenza sono disgiunte e ricoprenti X .

Partizioni di X : una famiglia di sottoinsiemi non vuoti che a due a due non si intersecano.

Insieme quoziente è l'insieme delle partizioni (corrispondenza biunivoca).

Trovare le equivalenze descritte dalle proprietà seguenti:

coppie di numeri reali la cui differenza è un intero;

coppie di numeri reali la cui differenza è un multiplo di 3.

Insieme di rappresentanti.

Intersezioni di equivalenze

Rappresentante di una classe di equivalenze (indipendenza dalla scelta)

Polinomi, grado
teor. fondamentale dell'algebra.
Monomi.
Attenzione: $x \circ x \neq x \cdot x = x^2$.
Polinomi in una indeterminata.

Il teor. fondamentale dell'algebra dice che un polinomio a coefficienti reali di secondo grado è irriducibile in polinomi di primo grado a coefficienti reali se il discriminante è negativo.

Funzioni lineari, funzioni polinomiali e loro grafici; formula di Taylor.

Polinomi in due variabili.

Polinomi omogenei. Polinomi di primo grado, rette, piani.

Polinomi di secondo grado.

Fondamenti della geometria
(pp. 18-27)

Locuzioni primitive:
punto, retta, appartenenza,
stare tra, essere congruente

Assiomi di appartenenza
assiomi di “stare tra”

segmento, semiretta, angolo

Assiomi di congruenza
triangoli

Assiomi di continuità
assioma di Dedekind (sup e inf)
assioma di Archimede
assioma delle rette parallele (angoli supplementari)
Quinto postulato di Euclide

Considerazioni sul postulato delle parallele

assiomi di appartenenza (rette parallele,
rette sghembe)

direzioni, giaciture

assiomi affini, spazio affine.