ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA - canale 4
a.a. 2008-2009

2a settimana
2.3 - 6.3.2009

pp. 27-48

Assiomi di appartenenza: se due piani hanno in comune un punto, allora hanno in comune un'intera retta.

Dato un piano π, esiste almeno un punto Q al di fuori di esso. Dati due punti, P del piano π e Q fuori, esiste sempre una retta a cui essi appartengono, pertanto esiste sempre una retta che non appartiene al piano. Due rette complanari si dicono **parallele** se coincidono o non hanno nessun puntoin comune

Rette non complanari si dicono **sghem-**

be.

Poiché data una retta, per un punto fuori di essa passa una sola parallela, due rette parallele individuano un piano (ed uno solo). Essere parallele tra rette nello spazio è una classe di equivalenza (*studiare bene l'esercizio c) di p. 27*); ciascuna delle classi di equivalenza si dice *direzione*.

Due piani si dicono paralleli se non hanno punti a comune; l'essere paralleli è una relazione di equivalenza; le sue classi si dicono **giaciture**.

Abbiamo proposto un sistema di assiomi che descriva il comportamento reciproco di punti, rette e piani.
Attenzione: secondo questo sistema *non*

vi è la possibilità che esistano più piani paralleli ad un piano dato passanti per lo stesso punto.

I numeri reali sono l'unico *gruppo ordinato, archimedeo, completo alla Dedekind, denso in sé (p. 28)*.

Le proprietà affini sono quelle di stare tra, complanarità, appartenenza, mentre gli assiomi di congruenza, che consentono di confrontare (e quindi di confrontare con un elemento scelto come standard, e quindi di misurare) sono detti "affini".

I vettori dal punto di vista operativo sono stati definiti in fisica, che ha stabilito un punto O detto *origine* e una coppia (terna) di riferimento $\vec{i}$, $\vec{j}(,\vec{k})$, cioè due (tre) punti A, B(, C) diversi da O e tali che O, A, B non siano allineati (O,A,B,C non siano complanari e nessuna delle terne siano allineate). È stato determinato un verso: la coppia ordinata A,B ha lo stesso verso della C,D se... (*p. 28*).

Equipollenza: avere lo stesso verso (e quindi si parla di vettori che sono parlleli) ed essere congruenti.
È una equivalenza, le cui classi si chiamano “vettori geometrici liberi”.

C’è corripondenza biunivoca tra punti P e vettori $\vec{OP}$. L’operazione di somma è quella intuibile (attenzione: c’è bisogno del concetto di equipollenza).

Un vettore nel piano (spazio) si può considerare come la somma di due (tre) vettori $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Moltiplicazione di un vettore per uno scalare: è la stessa che abbiamo visto quando abbiamo parlato di lunghezza di un segmento.
Per la definizione di "vettore opposto" c'è bisogno del concetto di "verso".

L'elemento neutro è $\vec{AA}$, $\forall A$.
La moltiplicazione per uno scalare è associativa e commutativa.

Combinazione lineare: $r\vec{AB} + s\vec{CD}$.
Si può fare componente per componente.

Vettori nel piano (nello spazio): il riferimento costituito dai vettori $\vec{OA}$ e $\vec{OB}$ (e $\vec{OC}$) si dice "base", il numero degli elementi della base si dice "dimensione dello spazio".

Retta:

$\vec{OP} = \vec{OP_1} + t\vec{P_1P_2}, \quad t \in \mathbb{R}$

in coordinate:

$(x, y) = (z_1, y_1) + t(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$

(equazione parametrica)

$(x-x_1)(y_2-y_1) = (x_2-x_1)(y-y_1) = 0$

(equazione cartesiana)

Prodotto scalare e ortogonalità.

(*pp.40-44*)

Prodotto vettoriale.

(*pp.44-47*)