CM52sett.tex

2a settimana

1a lezione (ore: 9a-10a)
10.10.2005

Ultimi argomenti sulle serie di Fourier: diversità sulle convergenze nei vari spazi
Fenomeno di Gibbs (cenni).

Richiami sui numeri complessi, modulo, argomento. Forma algebrica, forma trigonometrica. Argomento principale.
Isomorfismo tra $\mathbb{C}$ ed $\mathbb{R}^2$.
Definizione, limiti e continuità per una funzione di variabile complessa.
(Dal vol. I del libro di testo: da 1.1.1 a 1.2.5)

2a lezione (ore: 11a-12a)
11.10.2005
Prof. Celi

Formule varie per le serie di Fourier, coefficienti, funzioni pari, dispari, armoniche pari, armoniche dispari.
Serie di Fourier per $f(x) = x, \; x \in [0, \pi]$
Sviluppo in soli seni e poi in soli coseni.

Convergenza delle singole serie viste.
(dal vol. II del libro di testo: 2.6.26, p. 92; 2.6.34, p. 94).

Ripresa delle convergenze diverse e delle relazioni tra loro. Convergenza totale, e ripresa del teor. 2.5.3, p. 73.
Considerazioni sulla velocità della convergenza nei punti di non regolarità.

3a lezione (ore: 13a-14a)
12.10.2005

Funzioni di una variabile complessa: definizione di derivata, olomorfia, condizioni di Cauchy-Riemann (solo enunciato, sia per la parte necessaria che per la parte sufficiente).

Funzione esponenziale e verifica che non si annulla mai (dal vol. I del libro di testo: 2.3.3).
Rapida dimostrazione della sua periodicità complessa (è stata verificata soltanto la non iniettività). Immagine delle rette parallele agli assi.

Formule di Eulero e legami tra l'esponenziale complessa e le funzioni trigonometriche.

Studio (sintetico) della funzione $f(z) = z^2$. Le rette parallele agli assi hanno come immagine delle parabole (eventualmente degeneri).

4a lezione (ore 15a-16a)
13.10.2205

Funzioni plurivoche e funzioni inverse.

Definizione di logaritmo:

$$\lg z = \ln |z| + i(\arg z + 2K\pi)$$

dove l'argomento è quello principale tra 0 e 2π escluso.

Determinazione principale; il logaritmo naturale dei reali positivi coincide col logaritmo principale se considerati come complessi.
Lo zero non ha logaritmo.
Il logaritmo di 1 è costituito dagli infiniti numeri $2K\pi i$.
I logaritmi della circonferenza di raggio 1 hanno come immagine l'asse immaginario.

Definizione della funzione potenza per i numeri naturali, razionali, reali. (non è definita 0^0).

Prendiamo $z \neq 0$ e α complesso e definiamo:

$$z^\alpha = e^{\alpha \lg z} = e^{\alpha[\ln |z| + i(\arg z + 2K\pi)]}.$$

Inoltre se $Re(\alpha) > 0$ si definisce anche $0^\alpha = 0$.

La funzione così definita è polidroma. Quanti valori ha?
Se l'esponente è intero, la funzione *potenza* ha un valore solo, data la periodicità dell'esponenziale.
Del pari se l'esponente è un numero razionale di denominatore (ridotto ai minimi termini) q, il numero dei valori distinti del logaritmo è q.

Non contraddittorietà tra la funzione esponenziale monodroma e la potenza polidroma.

Esercizio: i^i ha solo valori reali, che valgono $\exp(-\pi/2 - 2K\pi)$.
(Si ricordi la notazione tipograficamente più comoda $\exp t = e^t$)

****

Non fanno parte del programma d'esame: per quanto trattato sulle serie di Fourier: vd. il file della settimana scorsa CM51sett.pdf. Per quanto riguarda le funzioni di variabile complessa, i numeri si riferiscono al libro di testo: C. Minnaja: Metodi matematici per l'Ingegneria, Parte I - Funzioni di una variabile complessa. Ed. Progetto, 1997: 2.5; 2.6.5; 2.6.6; dim. di 2.7.6;2.7.7; 2.7.8; dim. di 2.7.9; 2.7.10.