CM56sett.tex

7a settimana

Prima lezione (ore 36a-37a)
14.11.2005

Teorema sulla trasformata di Fourier della derivata
Considerazioni sulle funzioni per le quali ha luogo il teor. fondamentale del calcolo integrale, o il teor. di Torricelli-Barrow (che si dicono *assolutamente continue*; considerazioni sul fatto che una funzione sommabile può non aver limite per $x \to \infty$ ma se ce l'ha è 0.
Dimostrazione del teor. nel caso $n = 1$, cioè

$$[\mathcal{F}(f')](\lambda) = (i\lambda)[\mathcal{F}(f)](\lambda)$$

Considerazioni sulla rapidità della tendenza a 0.

Le funzioni $\mathrm{L}_{loc}(\mathbb{R}_0^+)$

Introduzione alla trasformata (assoluta) di Laplace. Convergenza (assoluta) e semipiano di convergenza; ascissa di convergenza. Tutti i teoremi saranno enunciati per la trasformata assoluta, e dove nelle ipotesi comparirà la trasformata o l'ascissa di convergenza ρ^*, è da intendersi quella assoluta ρ. Pertanto la definizione 4.1.2 è sostituita dalla 4.1.11; il teor. 4.1.3 è sostituito dal teor. 4.1.12; la def. 4.1.4 è sostituita dalla 4.1.14.
Esistenza di funzioni localmente sommabili per le quali *non* esiste finito l'integrale di Laplace (4.1.8).

Seconda lezione (ore 38a-39a)
15.11.2005
Prof. Celi

Sviluppi in serie di potenze.
Sviluppo di $f(z) = \frac{1}{z^2+3z-4}$ in un intorno di 1 e 3 con i rispettivi cerchi di convergenza. Integrale sulla circf. di centro 1 e raggio 1 (sia coi residui che col teor. di Cauchy.
Metodo dei residui su una curva che conteneva dentro $z = 1$ e $z = -4$. L'integrale è nullo, ma la funzione non è olomorfa, non è verificato il toer. di Morera.
Sviluppo di $\frac{1}{z}$ in un intorno di $z = 0$ (è già sviluppato ...) e calcolo dell'integrale sulla crf. di centro l'origine e raggio 1.

Trasformazione indotta da $\cos z$ in un intorno di $\pi/2 + i$ e in un intorno di 0. Calcolo in $z = \pi/2 + i$ dell'angolo, che si mantiene col suo verso e che si ruota dell'arg di $f'(\pi/2+i)$. Invece in $z=0$ l'angolo si raddoppia (la derivata è nulla).

Terza lezione (ore 40a-41a)
16.11.2005

$$[\mathcal{F}(f)]^{(n)}(\lambda) = (i\lambda)^{(n)}[\mathcal{F}(t^n f)](\lambda)$$

Considerazioni sulla sommabilità di f.

Funzione di Heaviside, sua traslata e loro $\mathcal{L}$-trasformate.

Trasformate di esponenziali, funzioni trigonometriche e loro ascisse di convergenza (da 4.1.18 a 4.1.21, intendendosi sempre la trasformata *assoluta*). Prolungamenti analitici.

Convergenza uniforme dell'integrale di Laplace all'interno di un angolo convesso contenuto nel sempiano di convergenza (teor. 4.2.1, solo enunciato e intendendosi la trasformata assoluta e la sua ascissa di convergenza assoluta ρ).
Convergenza dell'integrale di Laplace anche per funzioni che sono $O(e^{kt})$ per $t\to\infty$ e $O(t^k)$ con relative ascisse di convergenza (4.2.4 e 4.2.5, solo enunciati).

Tendenza a 0 della trasformata di Laplace all'interno di un angolo convesso (4.2.7, solo enunciato)

$$\lim_{s\to\infty}\frac{\mathcal{L}(f)}{s} = 0$$

Quarta lezione (ore 42a-43a)
17.11.2005

Il limite è nullo anche sulle verticali se la funzione è sommabile su $\mathbb{R}_0^+$ (4.2.8, 4.2.9, 4.2.10, 4.2.11, intendendosi sempre ρ al posto di ρ^*).

Olomorfia della trasformata (4.2.12, solo enunciato).
Commenti sull'olomorfia (4.2.13, 4.2.14).

Prima formula fondamentale di Laplace:

$$[\mathcal{L}(f)]^{(n)} = (-1)^n\mathcal{L}(t^n f(t))$$

Teorema sulla trasformata di $\mathcal{L}(\frac{f(t)}{t})$ (4.2.15, con dim.).
Traslazione in t (4.3.2, solo enunciato).
Applicazione 4.3.5, con attenzione al fatto che non esistono le trasformate di Laplace singole, e che la $\mathcal{L}$ si occupa solo della determinazione principale di funzioni polidrome.

Richiami sulle equazioni differenziali, sul problema di Cauchy (condizioni sulla funzione in un punto e sulla derivata prima nello stesso punto) e sulla unicità della sua soluzione.
Problema ai limiti, in cui si dà una condizione in un secondo punto invece che una condizione sulla derivata prima nello stesso punto.
Presentazione di un caso di problema ai limiti nel quale non c'è unicità della soluzione (pendolo).

Primo accenno alla trasformata della derivata (enunciati di 4.5.4 e 4.5.5).

****

Non fanno parte del programma d'esame: da 4.1.2 a 4.1.7; dim. di 4.1.12; 4.1.13; la seconda metà di 4.1.16; 4.1.22; dim. di 4.2.4; dim. di 4.2.5; dim. di 4.2.7; dim. di 4.2.12; 4.2.18, salvo la formula (4.2.29); 4.2.19; 4.3.1; dim. di 4.3.2; 4.3.4; da 4.3.6 a 4.3.11.