

COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrotecnica

Prova parziale del 3.11.2005

Tempo concesso: 90 minuti

Tema 2

1. Si definisca la funzione *logaritmo* nel campo complesso; in che relazione è con essa il logaritmo naturale definito sui reali positivi?
2. Si esponga il problema della migliore approssimazione in norma, e si dica in quali spazi esso ha certamente soluzione, e quale è questa soluzione.
3. Trovare le immagini delle rette parallele agli assi tramite la funzione z^2 .
4. Esporre un teorema che garantisca la convergenza uniforme di una serie di Fourier.
5. Il teor. di Cauchy per gli integrali di funzioni olomorfe su curve omologhe a zero si basa sull'annullarsi di due integrali più semplici. Si dica quali e si verifichi il loro annullarsi.
6. Le funzioni hölderiane in un punto soddisfano la condizione del Dini in quel punto. Dimostrarlo.
7. Si dia la definizione di *isomorfismo tra spazi di Hilbert* e si esponga un isomorfismo tra due spazi di Hilbert incontrati nel corso.
8. Si definisca una *funzione armonica*. Un polinomio di primo grado nelle variabili x e y è sempre una funzione armonica? Dato poi il polinomio $3x - 2y + 7$ se ne trovi un'armonica coniugata.
9. Quali zeri ha la funzione $\sin z$? Verificarlo.
10. Si enunci il teorema fondamentale dell'algebra e lo si dimostri (utilizzando il teor. di Liouville...)