MATEMATICA 1

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica

Prova parziale dell'1.12.2005 Tempo concesso: 90 minuti

Tema A

N.B. - Le risposte vanno giustificate, dicendo quali teoremi si applicano, o tramite esempi.

1. Si studi la funzione
$$f(x) = \frac{|x| - 1}{\lg |x|}$$
(i.d.d, segno, eventuali simmetrie, immagine, limiti, massimi, minimi, prolungabilità, derivabilità, attacchi, grafico)

2. Si calcoli $\int_0^4 \cos \sqrt{2x}\, dx$.

3. Calcolare
$$\int_0^k xe^{-\frac{x^2}{3}}\, dx$$
e quindi dire se esiste finito il limite per $k \to +\infty$, e, in caso affermativo, quanto vale.

4. Quale è il polinomio di quinto grado che meglio approssima la funzione $x - \tan x$ in un intorno dello 0?

5. Si scriva la formula di MacLaurin della funzione $f(x) = \arctan x$ arrestata al termine che contiene la derivata terza, e si indichi una maggiorazione dell'errore commesso se, nel punto $x = 1$, si considera il polinomio di MacLaurin al posto della funzione.

6. Se una funzione f è continua, la sua f^- è continua anch'essa? Vale la stessa risposta per la derivabilità? Perché?

7. Per $x \to 2$ la $f_1(x)$ sia un infinitesimo del terzo ordine e la f_2 sia un infinitesimo del quinto. Il rapporto $\frac{f(x)}{g(x)}$ è un infinitesimo per $x \to 2$? Se sì, di che ordine? Quante volte si deve applicare la regola di L'Hospital prima di arrivare ad una conclusione?

8. Quanto vale l'area dell'insieme racchiuso tra l'asse delle x e il grafico di $f(x) = x \lg x$?

9. Si calcoli
$$lim_{x\to 0} \frac{1 + x^2 - \cos x}{e^x - 1 - x}$$

10. Si dimostri che un polinomio di grado dispari ha almeno un punto in cui si annulla. Si scriva poi esplicitamente un polinomio $Q(x)$ di grado dispari che si annulla in un solo punto. Si può da questi dati desumere quante volte si annulla la derivata $Q'(x)$? Perché?