

Complementi di Matematica - a.a. 2006-2007

Settima settimana

Inizio: martedì 14 novembre 2006

Ripresa del teor. della *traslazione in frequenza* (3.5.10) e del teor. del campionamento, con note sui grafici delle funzioni (sinusoidi smorzate) che compaiono nella formula di Shannon (§ 3.7). Osservazione sulla relazione tra la frequenza di campionamento e la ricostruzione del segnale. Accenno alla Fast Fourier Transform (lettura dei n. ⁱ 3.9.3 e 3.9.4).

Ripresa della trasformata di Laplace, con attenzione solo a quella assoluta: def. 4.1.11 e teor. 4.1.12 (solo enunciato)

Esempio di funzione pur localmente sommabile che *non* ha \mathcal{L} -trasformata (4.1.8).

Ascissa di convergenza (assoluta), semipiano di convergenza (assoluta). Ripresa dei primi esempi di Laplace-trasformata: funzione di Heaviside, esponenziali, funzioni trigonometriche (da 4.1.15 a 4.1.21).

Trasformata di Laplace per funzioni sommabili e relazione con la trasformata di Fourier. La trasformata di Laplace vista come famiglia di trasformate di Fourier, ciascuna di una funzione diversa.

Concetto di convergenza uniforme di un integrale e teor. sulla convergenza uniforme dell'integrale di Laplace nell'angolo convesso di tipo $A(s_0, \theta)$ (teor. 4.2.1, con le prime tre righe della dimostrazione, che spiegano il concetto di convergenza uniforme di un integrale).

Trasformabilità e ascissa di convergenza (teorr. 4.2.4 e 4.2.5, soltanto gli enunciati).

Tendenza a zero entro l'angolo convesso (teor. 4.2.7, soltanto l'enunciato). ■

Tendenza a zero lungo le rette verticali (teor. 4.2.10).

Caso particolare in cui $f \in L(\mathbb{R}_0^+)$ e non semplicemente $L_{loc}(\mathbb{R}_0^+)$ (4.2.9).

Considerazioni sull'integrale inteso come limite su una qualsiasi successione invadente la retta, e quello fatto su una particolare successione, ad esempio da 0 a k , e poi facendo tendere k all' ∞ .

Prima formula fondamentale della trasformazione di Laplace (teor. 4.1.12, ■ solo enunciato).

Commento sul prolungamento analitico (4.2.13; 4.2.14)

Trasformata di $\frac{f(t)}{t}$ entro un cammino nell'angolo convesso (4.2.15, solo enunciato)

Esempi fondamentali (4.2.16; 4.2.17, formula (4.2.29)).

Traslazione e cambiamento di scala (4.3.1-4.3.3)

Esempio importante: 4.3.5.

Es. 4.3.6.

Altri esercizi di applicazione dei teoremi studiati.

Prodotto di convoluzione in \mathbb{R}_0^+ (§ 4.4, salvo il 4.4.4), teor. di convoluzione (enunciato solo per la trasformata assoluta; lettura della dim. interpretandola sempre nelle ipotesi di trasformata assoluta).

Esercizi sui teoremi fatti.

Giovedì 16.11.2006

Visione e correzione della prova parziale.

Trasformata dell'integrale (4.5.2, nella parte della dim. riguardante la trasf. assoluta, quindi solo le ultime 4 righe della dimostrazione).

$$\mathcal{L}(t * t); \quad \mathcal{L}(e^{kt} * t)$$

Esercizi sulla trasformata dell'integrale (si vedano gli "Esercizi proposti" alle pp. 245-249, i n° 9, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 24, 25, 33, 34, 35, 52, 53, 54)

Seconda formula fondamentale: 4.5.4 (considerandola solo per la trasformata assoluta).

Considerazioni sulla funzione di Cantor e sulla assoluta continuità (per un approfondimento facoltativo della continuità assoluta, vd. § 1.8, pp. 38-40).

Trasformata di Laplace di una funzione periodica (solo enunciato: 4.3.7).

Trasformata di Laplace della serie esponenziale (4.3.11), e considerazioni sul prolungamento delle trasformate di Laplace viste come serie di potenze.

Formula generale della trasf. di Laplace della derivata n -sima (ponendo sempre tra le ipotesi la convergenza assoluta).

Prime applicazioni della trasformata di Laplace ad integrali da 0 all' ∞ .

$$\int_0^{\infty} t e^{-2t} \cos t \, dt$$

è la trasf. di $t \cos t$ calcolata nel punto $s = 2$.

Applicazione alle eq. diff. lineari del 1° ordine. Considerazioni sull'integrale particolare e sull'integrale generale.

Applicazione alle eq. diff. lineari del secondo ordine. Equazione caratteristica. (§ 4.8)

Non fanno parte del programma d'esame: 4.1.22; la p. 172, tranne l'oss.

4.2.2; dim. di 4.2.4; dim. di 4.2.5; dim. di 4.2.7; dim. di 4.2.12; dim. di 4.2.15; 4.2.18 ad eccezione della formula (4.2.29); 4.2.19; 4.3.4; dim. di 4.3.7; 4.3.8; 4.3.9; 4.3.10; 4.4.4; 4.5.1; dim. di 4.5.2 fino alla quartultima riga; da 4.5.7 alla fine di § 4.7.