

COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrotecnica

Prova parziale dell'8.11.2005 **Tema A** Tempo concesso: 90 minuti

1. Negli spazi funzionali studiati abbiamo incontrato diverse norme. Citarne due di diverse ed evidenziarne la diversità (ad es, trovando una successione di funzioni che converge secondo una norma e non secondo l'altra).
2. Si dica di quali elementi è costituito ℓ^2 , come è definito su di esso il prodotto scalare, e come esso può essere dotato di una struttura di spazio metrico.
3. Le funzioni a derivata limitata hanno la serie di Fourier che converge puntualmente in x ad $f(x)$. Perché?
4. Dare un esempio concreto di una vasta famiglia di funzioni per le quali la serie di Fourier ha i coefficienti che tendono a 0 di ordine tale da garantirne una convergenza uniforme, spiegando il perché tale convergenza risulta uniforme.
5. Scrivere la formula di Cauchy; in essa compare un integrale funzione di un punto a . Per quali valori di a essa vale? Che valore ha l'integrale a seconda di dove si trova a ?
6. Definire la funzione potenza z^α ed illustrare i casi in cui è una funzione ad un solo valore, a un numero finito di valori, o a un numero infinito di valori, spiegandone i motivi.
7. Una funzione olomorfa e limitata su tutto \mathbb{C} è costante. Perché?
8. Si descrivano i vari tipi di singolarità isolate, evidenziando quali caratteristiche della funzione essi individuano.
9. Sviluppi in serie di Cauchy-Taylor e in serie di Cauchy-Laurent: per quali tipi di funzioni e in quali insiemi sono validi? Somiglianze e differenze.
10. Si esprima la funzione $f(z) = \frac{e^z}{z}$ tramite una serie di potenze di punto iniziale $z = 2$. In quale cerchio tale espressione è valida?