

COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrotecnica

Prova parziale del 3.11.2005 **Tema B** Tempo concesso: 90 minuti

1. Di quali funzioni è costituito lo spazio $L^2_{([-π,π])}$? In tale spazio abbiamo definito un prodotto scalare. Quale? e quale metrica tale prodotto scalare ha indotto?
2. Si dica cosa significa “sottospazio *denso*” in uno spazio metrico. Si può parlare di densità in uno spazio topologico qualsiasi? E se lo spazio è uno spazio vettoriale normato?
3. Si enunci la condizione del Dini; perché una funzione hölderiana soddisfa la condizione del Dini?
4. Scrivere la formula di Cauchy; in essa compare un integrale funzione di un punto a . Per quali valori di a essa vale? Che valore ha l'integrale a seconda di dove si trova a ?
5. Si dia la definizione di *prolungamento analitico*, utilizzando i vari sviluppi in serie di potenze, con centri diversi, della serie geometrica.
6. Si definiscano le funzioni iperboliche e si esponcano alcune relazioni tra funzioni circolari e funzioni iperboliche nel campo complesso.
7. Teor. di Cauchy per le regioni non semplicemente connesse: enunciato e abbozzo della dimostrazione.
8. La funzione $f(z) = \sin z$ è illimitata su tutto \mathbb{C} . Perché?
9. Si descrivano i vari tipi di singolarità isolate, evidenziando quali caratteristiche della funzione essi individuano.
10. Dare un esempio di una funzione di variabile reale che sia C^∞ su tutto \mathbb{R} e che tuttavia non sia la restrizione ad \mathbb{R} di una funzione olomorfa su tutto \mathbb{C} .