Ottava settimana
20.11.2007 - martedì

Ripresa della $\mathcal{L}$-trasformata di un monomio. Esempio 4.2.18, limitato alla formula (4.2.29); considerazioni tra serie di trasformate (di monomi) e trasformata di una serie (di monomi).
Esempio 4.3.11: la coincidenza delle due funzioni si ha *all'esterno* della circonferenza; nella restante parte del piano si ha l'uguaglianza dei prolungamenti analitici.

Accenno (semplicemente culturale, al di fuori dell'ambito dell'esame) alla funzione Γ e alla sua proprietà $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$ (formula (4.2.28) e righe immediatamente successive).

$\mathcal{L}$-trasformata dell'integrale (teor. 4.5.2 con le ipotesi ristrette alla trasformabilità assoluta. In queste ipotesi la dimostrazione si riduce alle ultime tre righe.

Esempio 4.5.3.

Teorema sulla trasformata della derivata (teor. 4.5.4, con le ipotesi considerate sempre soddisfatte se vi è l'ipotesi della trasformabilità (assoluta) della derivata); formula (4.5.7).

Nella stessa condizione delle ipotesi, formula generale per la trasformata di una derivata di ordine n: teor. 4.5.5.

Applicazione ad una equazione differenziale.

Inversione di una trasformata di Laplace in alcuni casi particolari: formula (4.10.4) e oss. 4.10.2 (esclusa la parte scritta in piccolo).

21.11.2007 - mercoledì

Trasformata di una funzione periodica (4.3.7, senza dim.).

Prodotto di convoluzione in $\mathbb{R}_0^+$: 4.4.1, 4.4.2, 4.4.3, 4.4.5 (sotto le ipotesi di assoluta trasformabilità, considerando soddisfatte le altre).

Equazioni differenziali di vari ordini: ripresa delle equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti e della loro soluzione con il metodo classico, considerando l'equazione omogenea, l'equazione caratteristica e il sistema fondamentale di integrali.

Equazioni del primo e del secondo ordine: 4.8.3, 4.8.4.

22.11.2007 - giovedì
(programma ridotto per le sedute di laurea triennale)

Esercizi sulle traslazioni nel tempo e in frequenza e sul cambiamento di scala: teoremi 4.3.1, 4.3.2, 4.3.3.
Esempio 4.3.4, escludendo la formula (4.3.4).
Applicazioni: es. 4.8.1, 4.8.2.
Esercizi sulle equazioni differenziali lineari a coeff. costanti.
Distribuzione di esercizi per casa (vd. dispense).

23.11.2007 - venerdì

Applicazione ad una equazione integrale (es. 4.12.10) e ad una equazione integro-differenziale con condizione iniziale (es. 4.12.12).
Attenzione: nella penultima formula di 4.12.10 va scritto:

$$\frac{1}{s^2} \cdot \frac{s}{s^2+1}$$

(il resto è giusto).
Considerazioni sulle condizioni "nascoste" implicite in un'equazione integrale o integro-differenziale.
Consigliabili per casa gli esercizi 4.12.9, 4.12.11, 4.12.13 e gli esercizi proposti di fine capitolo (da p. 245 a p. 252, salvo quelli esplicitamente menzionati come non facenti parte del programma).

Introduzione alla teoria delle distribuzioni.
Prime definizioni: supporto di una funzione, funzioni C^∞ a supporto compatto (che costituiscono lo spazio $\mathcal{D}$).
Def. di funzionale lineare e continuo. I funzionali lineari e continui su $\mathcal{D}$ costituiscono lo spazio $\mathcal{D}'$ e si dicono *distribuzioni*. Lo spazio dei funzionali lineari e continui si dice *spazio duale*.
Primi esempi: le distribuzioni associate a funzioni localmente sommabili (T_f): 5.1.11; la distribuzione di Heaviside H(t): 5.1.18.
La δ di Dirac $\delta(\phi) = \phi(0)$ (5.1.14 e la prima metà di 5.1.15).

Verifica che queste sono funzionali lineari e continui, e quindi proprio distribuzioni.

****

Non fanno parte del programma d'esame: formula (4.3.4); dim. di 4.3.7; 4.4.4; dim. di 4.4.5; 4.5.1; le righe successive alla terza della dim. di 4.5.2; dim. di 4.5.4; 4.5.6; 4.5.7; § 4.6; § 4.9; 4.10.1; da 4.10.3 a 4.12.5; 4.12.8; da 4.12.15 a 4.12.26; es. 22, 23, 24, 49, 50, 51, 58, 59, 62, 76, 82; 5.1.13; 5.1.15 a partire dalla seconda metà di p. 257.