

COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrotecnica

Prova parziale del 7.11.2007

Tempo concesso: 90 minuti

Tema B

1. Si enunci il teorema sulla limitazione delle derivate successive di una funzione olomorfa e poi lo si applichi alla dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra.
2. Si definisca cosa è uno spazio prehilbertiano e si dica cosa significa che due vettori sono ortogonali in tale spazio. Cosa significa che sono ortonormali? Abbiamo incontrato sistemi di vettori ortogonali o ortonormali? In quali spazi?
3. La restrizione di $\sin z$ alla retta reale coincide con $\sin x$. Ma $\sin z$ nel campo complesso ha lo stesso periodo 2π che $\sin x$ ha nel campo reale? Perché?
4. Si definisca una serie trigonometrica; quindi si definisca una serie di Fourier. Che cosa ha la serie di Fourier di particolare rispetto ad una serie trigonometrica qualsiasi?
5. C'è una relazione tra la hölderianità di un certo ordine e la derivabilità di una funzione. Illustrare la situazione.
6. Si definisca la serie geometrica di centro l'origine, e quindi se ne scriva la sua funzione somma tramite una serie di potenze di centro un altro punto a di olomorfia. Si ottiene sempre un prolungamento qualsiasi sia il punto a ?
7. Si dia la definizione di "forma differenziale" e si definisca l'integrale di una funzione olomorfa su una curva regolare.
8. Si dica quando una trasformazione si dice *conforme*; si verifichi che z^2 induce una trasformazione conforme da \mathbb{C} in \mathbb{C} mantenendo gli angoli tra le immagini delle rette parallele agli assi, salvo che nell'origine. Perché nell'origine la trasformazione non è conforme?
9. Si definisca un polo di ordine m .
Si scriva poi la parte ad esponente negativo della serie di Cauchy-Laurent di $f(z) = \frac{1}{\sin z - z}$ nel punto $a = 0$ e due termini non nulli della parte ad esponente positivo.