

## COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrotecnica

Prova parziale del 7.11.2007

Tempo concesso: 90 minuti

**Tema D**

1. C'è una relazione tra la hölderianità di un certo ordine e la derivabilità di una funzione. Illustrare la situazione.
2. Si definisca la serie geometrica di centro l'origine, e quindi se ne scriva la sua funzione somma tramite una serie di potenze di centro un altro punto  $a$  di olomorfia. Si ottiene sempre un prolungamento qualsiasi sia il punto  $a$ ?
3. Si dia la definizione di "forma differenziale" e si definisca l'integrale di una funzione olomorfa su una curva regolare.
4. Si dica quando una trasformazione si dice *conforme*; si verifichi che  $z^2$  induce una trasformazione conforme da  $\mathbb{C}$  in  $\mathbb{C}$  mantenendo gli angoli tra le immagini delle rette parallele agli assi, salvo che nell'origine. Perché nell'origine la trasformazione non è conforme?
5. Si definisca un polo di ordine  $m$ .  
Si scriva poi la parte ad esponente negativo della serie di Cauchy-Laurent di  $f(z) = \frac{1}{\sin z - z}$  nel punto  $a = 0$  e due termini non nulli della parte ad esponente positivo.
6. Si dia un esempio di prolungamento di una funzione olomorfa che conduce ad una funzione plurivoca, illustrando il procedimento.
7. Si enunci il teor. di Darboux e si indichi una situazione in cui è stato utilizzato.
8. Si enunci e si dimostri dimostri il teor. di Cauchy-Taylor.
9. In che regione vale lo sviluppo in serie di Cauchy-Taylor di centro 2 della funzione  $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$ ?