COMPLEMENTI DI MATEMATICA a.a. 2008-2009
Laurea magistrale in Ingegneria Elettrotecnica

Dodicesima settimana

15.12.2008 - lunedì (2 ore)

Lezione non effettuata per impegni accademici del docente.

16.12.2008 - martedì (2 ore)

Introduzione alla teoria delle distribuzioni.
Prime definizioni: supporto di una funzione, funzioni C^∞ a supporto compatto (che costituiscono lo spazio $\mathcal{D}$).
Def. di funzionale lineare e continuo (richiamo sulla continuità di un funzionale, che si può diefinire solo se qbbiamo definito una convergenza in $\mathcal{D}$. I funzionali lineari e continui su $\mathcal{D}$ costituiscono lo spazio $\mathcal{D}'$ e si dicono *distribuzioni*. Lo spazio dei funzionali lineari e continui si dice *spazio duale*.

Primi esempi: le distribuzioni associate a funzioni localmente sommabili (T_f): 5.1.11; l'integrale esiste sempre perché il supporto della ϕ è compatto. Verifica che si tratta effettivamente di un funzionale continuo.

Lo spazio $\mathcal{D}$ come sottospazio della spazio $\mathcal{D}'$.

La distribuzione di Heaviside H(t): 5.1.18.
La distribuzione associata ad una funzione localmente sommabile qualsiasi: conoscere un funzionale significa conoscere il suo valore sulle ϕ.

La δ di Dirac $\delta(\phi) = \phi(0)$ (5.1.14 e la prima metà di 5.1.15).
Verifica che questi sono funzionali lineari e continui, e quindi proprio distribuzioni.
Convenzione di scrittura: $\delta(\phi) = \int_R \delta(x)\phi(x)\ dx$

La notazione funzionale simmetrica $\langle T, \phi\rangle$

La δ traslata: $\langle \delta_{(a)}, \phi\rangle = \phi(a)$.

Espressione di una funzione ϕ campionata nei punti nT: $\sum_0^\infty \phi(nT)$

Esempio $\langle T, \phi\rangle = \phi'(0)$ e verifica della sua continuità (garantita dalla convergenza uniforme delle derivate)

Moltiplicazione di una funzione C^∞ per una distribuzione ed effetto della δ su tale prodotto (5.1.33; 5.1.34; 5.1.36).

18.12.2008 - giovedì (2 ore)

Derivazione delle distribuzioni, regole di derivazione del prodotto αT ed esempi relativi (da 5.2.1 a 5.2.7). La derivata di $T_{|x|}$ (5.2.9)

Derivate successive.

La derivata di un prodotto αT (con dim.).

Quando una funzione ha derivate, la derivata nel senso delle distribuzioni coincide con la derivata solita (cioè è una distribuzione associata alla derivata solita: 5.2.4)

Derivata prima e seconda della funzione di Heaviside (5.2.5, 5.2.6)
La convergenza nello spazio delle distribuzioni; lo spazio $\mathcal{D}'$ come spazio completo. Relazione della convergenza in $\mathcal{D}'$ con altre convergenze (da 5.3.1 a 5.3.8, saltando 5.3.6).

Vedere cosa significa convergenza in $\mathcal{D}'$ con la funzione $\sin nx$: tende alla distribuzione nulla.

Altri esempi in cui la tendenza è alla δ oppure non c'è neanche nel senso delle distribuzioni, pur esistendo nel senso delle funzioni.

Teorema di densità di $\mathcal{D}$ in $\mathcal{D}'$: 5.3.14.

Passaggio al limite sotto il segno di derivata (4.3.15) e relazione con il passaggio al limite per le funzioni.
Esempio 5.3.17.

****

Non fanno parte del programma d'esame: 4.12.8; da 4.12.16 a 4.12.27; es. 22, 23, 24, 31, 32, 34, 36, da 37 a 41, 49, 50, 51, 58, 59, 62, 72, 76, 80, 82; 5.1.13; 5.1.15 a partire dalla seconda metà di p. 257; 5.1.19; da 5.1.20 a 5.1.32; 5.1.35; 5.2.10; 5.2.11; da 5.3.9 a 5.3.14; dal § 5.4 alla fine del Cap. 5; esercizi proposti:12, 18, 19, 20, da 22 a 27, da 29 a 36, da 38 alla fine.