

CM81sett.tex

COMPLEMENTI DI MATEMATICA a.a. 2008-2009

Laurea magistrale in Ingegneria Elettrotecnica

Prima settimana (1-5.10.2008)

2.10.2008 - giovedì (2 ore)

I numeri dei paragrafi si riferiscono al vol. II del libro di testo consigliato.

Presentazione del corso

Richiamo sugli spazi (topologici) metrici; nozione di distanza, sua positività, simmetria, disuguaglianza triangolare.

La distanza euclidea:

$$d(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}.$$

(Attenzione: il testo porta erroneamente u invece di i .)

Richiamo sugli spazi vettoriali su un corpo numerico (ci interesseranno solo i reali e i complessi). Un *corpo numerico* è una struttura dotata di due operazioni (nel nostro caso entrambe commutative), dalla quale si estraggono i coefficienti che compaiono nelle combinazioni lineari dei vettori dello spazio.

La norma e gli spazi normati; disuguaglianza triangolare. Uno spazio normato si può sempre far diventare uno spazio metrico ponendo:

$$d(x, y) = \|x - y\| \quad (1.1.13).$$

Norme diverse (1.1.30).

Spazio *prehilbertiano*: *prodotto scalare* $p : V \times V \rightarrow \mathbb{K}$, simmetria, (con il coniugio), vengono fuori i coefficienti, distributività rispetto alla somma, realtà e positività di $\langle x, x \rangle$.

Convergenza in uno spazio metrico: convergenza secondo Cauchy, completezza.

Spazio *topologico* V : sistema di intorno $I_\epsilon(x) = \{y \in V : d(x, y) < \epsilon\}$.

Convergenza secondo Cauchy in uno spazio topologico; *completezza*.

Uno spazio normato completo si dice *spazio di Banach*.

Sottoinsieme *denso* in uno spazio metrico.

(definizioni, esempi ed esercizi da 1.1.18 a 1.1.21)

Spazio metrico *separabile*.

Spazio *hilbertiano*: prehilbertiano, completo, separabile e di dimensione infinita.