

COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Elettrotecnica

Prova parziale del 20.11.2008

Tempo concesso: 90 minuti

Tema B

1. Si enunci il teorema sulla limitazione delle derivate successive di una funzione olomorfa e poi lo si applichi alla dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra.
2. Si definisca cosa è uno spazio hilbertiano e si dica cosa significa che due vettori sono ortonormali in tale spazio. Abbiamo incontrato sistemi di vettori ortogonali o ortonormali? In quali spazi?
3. La restrizione di $\sin z$ alla retta reale coincide con $\sin x$. Ma $\sin z$ nel campo complesso ha lo stesso periodo 2π che $\sin x$ ha nel campo reale? Perché?
4. Che cosa ha la serie di Fourier di particolare rispetto ad una serie trigonometrica qualsiasi?
5. C'è una relazione tra la hölderianità di un certo ordine e la derivabilità di una funzione. Illustrare la situazione.
6. Si definisca la serie geometrica di centro l'origine, e quindi se ne scriva la sua funzione somma tramite una serie di potenze di centro un altro punto a di olomorfia. Si ottiene sempre un effettivo prolungamento qualsiasi sia il punto a ?
7. Si dia la definizione di "forma differenziale" e si definisca l'integrale di una funzione olomorfa su una curva regolare.
8. Nell'intorno di quali punti una funzione olomorfa induce una trasformazione conforme? si verifichi che $f(z) = z^2$ non induce una trasformazione conforme da \mathbb{C} in \mathbb{C} in un intorno dell'origine.
9. Si definisca un polo di ordine m .
Si scriva poi la parte ad esponente negativo della serie di Cauchy-Laurent di $f(z) = \frac{1}{\sin z - z}$ nel punto $a = 0$ e due termini non nulli della parte ad esponente positivo.
10. Una funzione olomorfa di modulo costante è costante. Dimostrarlo.