

COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Elettrotecnica

Prova parziale del 20.11.2008

Tempo concesso: 90 minuti

Tema C

1. Si definisca una *funzione armonica*. Perché le componenti di una funzione olomorfa sono funzioni armoniche?
2. Si dia un esempio di funzione integrabile sull'intervallo $[-1, 1]$, ma non a quadrato integrabile su tale intervallo, e un esempio di una funzione a quadrato integrabile sulla semiretta $[1, +\infty)$, ma *non* integrabile su tale semiretta.
3. Si dimostri che se uno spazio metrico A è denso in uno spazio metrico B e questo è denso in uno spazio metrico C , allora A è denso in C .
4. Consideriamo la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos nx;$$

converge puntualmente in $[-\pi, \pi]$? Converge uniformemente? È una serie di Fourier? Se ne può effettuare la derivazione per serie? Giustificare le risposte.

5. Scrivere la formula di Cauchy, in cui compare un integrale funzione di un punto a . Per quali valori di a essa vale? Che valore ha l'integrale a seconda di dove si trova a ?
6. Si definisca lo spazio ℓ^2 con la sua struttura di spazio di Hilbert.. Abbiamo incontrato altri spazi di Hilbert?
7. Definire una curva regolare, il suo orientamento, una forma differenziale e l'integrale di una forma differenziale su una curva.
8. Si enunci il teor. di Jordan per le curve piane.
9. Si scriva la serie generica di Cauchy-Laurent in una corona circolare con centro un punto di non olomorfia. Si classifichino i tipi di singolarità dando per ciascuno di essi un esempio.
10. Qual è l'insieme di convergenza di una serie di potenze? e l'insieme di convergenza uniforme?