CM94sett.tex

COMPLEMENTI DI MATEMATICA a.a. 2009-2010
Laurea magistrale in Ingegneria Elettrotecnica

19.10.2009 - lunedì (2 ore)

Ripresa di quanto già registrato nella settimana precedente.

20.10.2009 - martedì (2 ore)

Funzioni di una variabile complessa
Libro di testo: C. Minnaja, "Metodi matematici per l'ingegneria", parte prima, Funzioni di una variabile complessa.

Richiami sui numeri complessi: complesso coniugato, prodotto anche in forma trigonometrica, quoziente (attenzione: sul libro nella formula (1.1.1) di p. 5 è scritto erroneamente $a_1b_2 - a_2b_1$ invece che $a_2b_1 - a_1b_2$).
Inverso di un numero complesso (§§ 1.1, 1.2).

Funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}^2$ (§§ 1.3)
Richiami sulle curve: curve regolari, orientamento, tangente, angolo tra curve, curve chiuse, curve semplici, contorni (sono le curve chiuse e semplici), curve isoorientate, teorema di Jordan, lunghezza di una curva.
Circonferenze, semicirconferenze.

Retta tangente ad una curva:

$$\frac{y - y_0(t)}{y'(t_0)} = \frac{x - x(t_0)}{x'(t_0)}$$

Angoli tra curve.
Banale estensione ad una curva nello spazio (1.3.17, 1.3.18)

Domini e regioni (regione: insieme aperto e connesso).
Regioni connesse e semplicemente connesse (quelle non semplicemente connesse si dicono "a connessione multipla") (§ 1.4)
Contorni omologhi nella regione Ω: isoorientati e che circondano la stessa parte della frontiera di Ω.

Funzioni di una variabile complessa a valori complessi

$$f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$$

è una coppia di funzioni ciascuna di due variabili reali. Detto, nello spazio di partenza, $z = x + iy$ e, nello spazio di arrivo, $w = u + iv$ si ha

$$f(z) = w = u(x, y) + iv(x, y)$$

Limiti (e continuità) per una funzione di variabile complessa (§§ 2.1, 2.2): quando c'è il limite e sono continue la u e la v.

22.10.2009 - giovedì (2 ore)

Studio (sintetico) della funzione $f(z) = z^2$. Le rette parallele agli assi hanno come immagine delle parabole (eventualmente degeneri).
Da notare che la funzione non è iniettiva (ovvio: non lo è nemmeno tra i reali).

Funzione esponenziale e verifica che non si annulla mai (dal vol. I del libro di testo: 2.3).

Studio di $e^z = e^x e^{iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$
Studio delle immagini per $x = x_0$ e per $y = y_0$ (vengono circonferenze e semirette).
Rapida dimostrazione della sua periodicità complessa (viene verificata soltanto la non iniettività, senza trovare il periodo minimo).
Immagine delle rette parallele agli assi.
Calcolo di $e^{-i\pi} = -1$.

Formule di Eulero e legami tra l'esponenziale complessa, le funzioni trigonometriche e le funzioni iperboliche.

Verifica che quando z è reale, il seno è quello già noto.
Gli zeri della funzione seno nel campo complesso sono soltanto quelli del seno nel campo reale.
(Si sfrutta la periodicità complessa della funzione esponenziale, per cui viene $iz = -iz + 2K\pi i, \quad K \in \mathbb{Z}$.)

Risulta ancora $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$

Altre formule del tipo $\sin iz = i \sinh z$, $\cos iz = \cosh z$ (2.3.12)

Definizione di logaritmo:

$$\lg z = \ln |z| + i(\arg z + 2K\pi) \quad K \in \mathbb{Z}$$

La funzione è plurivoca. Logaritmo di numeri reali negativi; logaritmo di numeri complessi con lo stesso modulo.
(§ 2. fino a 2.4.2)

****

Non fanno parte del programma d'esame: la seconda parte della oss. 2.3.4; 2.3.14.