

Corso intensivo per lavoratori studenti

MATEMATICA I

Prova parziale dell'8.11.2007.

Tempo concesso: 90 minuti

N. B.: le risposte vanno giustificate con dimostrazioni o controesempi

Tema A

1. Si dia la definizione di limite finito ℓ di una funzione f per $x \rightarrow x_0$.
Una funzione derivabile in x_0 ha sempre limite per $x \rightarrow x_0$?
2. Quale è la tangente al grafico della funzione $f(x) = e^{x^2} \cos x$ nel punto $(\pi, f(\pi))$?
Disegnarla.
3. Si studi la funzione $f(x) = \lg(\arctan x^2)$ (ins. di def., limiti, eventuale parità o disparità, eventuale periodicità, immagine, continuità, derivabilità, crescita o decrescenza, abbozzo del grafico).
4. Una funzione strettamente decrescente in un intervallo e ivi derivabile, ha derivata sempre strettamente negativa. V F
5. Si dica cosa significa che un infinitesimo è di ordine k rispetto ad un infinitesimo di confronto per $x \rightarrow x_0$.
Quale infinitesimo di confronto si sceglie per $x \rightarrow 3$?
6. Si dia la definizione di punto di flesso. Un polinomio di grado dispari ha sempre un punto di flesso? Perché?
7. Si enunci il teor. di Weierstrass e si faccia un esempio in cui, venendo a cadere una delle ipotesi, cade anche la tesi.
8. Si enunci la regola di L'Hôpital e quindi si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{\cos x - 1}$$

9. La funzione $f(x) = |\arcsin x|$ ha un valore minimo? Se sì, quanto vale e dove lo assume? e la sua derivata ha un valore minimo? Qual è l'immagine della sua derivata?