STORIA DELLA MATEMATICA

Dottorato 2008-09

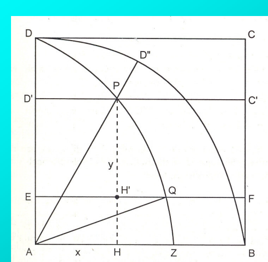
Problemi classici

I tre problemi classici della matematica greca

- **trisezione dell'angolo**
- **duplicazione del cubo** (problema di Delo)
- **quadratura del cerchio**

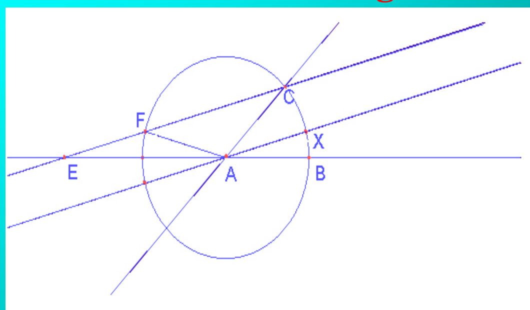
che dovevano essere risolti soltanto con la riga (non graduata) e con il compasso, cioè unendo punti con rette e trovando intersezioni tra rette e circonferenze

I tre problemi classici della matematica greca



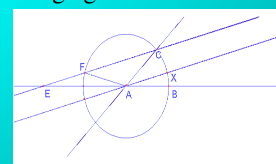
- **Trisezione dell'angolo**
- Curva **trisettrice**
- (**Ippia**, opera ad Atene nella seconda metà del V sec. a. C.)
- Questa curva (*non* tracciabile con riga e compasso) riduce il problema alla trisezione di un segmento (risolubile con riga e compasso)

Trisezione di un angolo



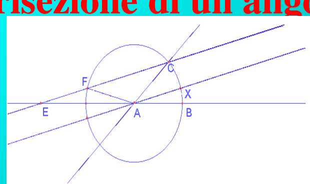
Trisezione di un angolo

- Nella soluzione proposta da Archimede la riga viene usata per riportare una lunghezza e quindi è pensata come riga graduata.



- Supponiamo di voler trisecare *CÂB*, disegniamo una circonferenza Γ, con centro in A e raggio *r*, la quale interseca la semiretta AC in C e la semiretta AB in B;

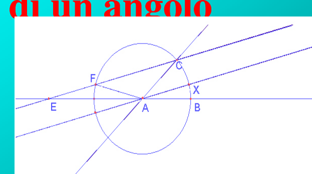
Trisezione di un angolo



per C tracciamo una retta che taglia la retta AB nel punto E e la circonferenza nel punto F in modo tale che EF sia uguale al raggio della circonferenza. Per A tracciamo la retta parallela a CE, la quale interseca la circonferenza in X. Dimostriamo che l'angolo *XÂB* è la terza parte dell'angolo dato *CÂB*.

Trisezione di un angolo

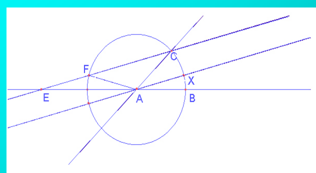
Hp: *EF =AF= AB= AC*
Th: *XÂB = 1/3 CÂB*



DIMOSTRAZIONE:

Per costruzione, i due triangoli EFA e CAF sono isosceli. In particolare il lato EF è uguale al lato AF perché si è presa la retta CE in modo tale che la distanza tra il punto di intersezione di tale retta con la retta AB e il punto di intersezione con la circonferenza fosse uguale al raggio; mentre il lato AF è uguale al lato AC perché entrambi raggi della stessa circonferenza.

Trisezione di un angolo



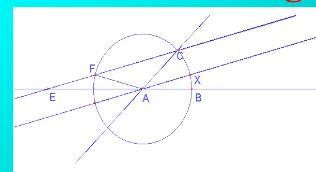
Inoltre l'angolo $C\hat{A}B$ è angolo esterno del triangolo EAC e quindi

$$C\hat{A}B = F\hat{E}A + A\hat{C}F$$

A sua volta $A\hat{C}F$ è uguale all'angolo AFC, che è angolo esterno del triangolo EFA e quindi

$$AFC = F\hat{E}A + F\hat{A}E = 2\,F\hat{E}A$$

Trisezione di un angolo



Unendo le due relazioni precedenti si ottiene

$$C\hat{A}B = F\hat{E}A + 2\,F\hat{E}A = 3\,F\hat{E}A$$

ovvero $F\hat{E}A = 1/3\ C\hat{A}B$

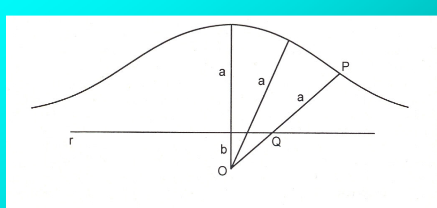
D'altronde EF // AX (tagliate dalla trasversale AB) e gli angoli $F\hat{E}A$ e $X\hat{A}B$ sono angoli corrispondenti e dunque

$$F\hat{E}A = X\hat{A}B$$

Confrontando le due relazioni precedenti si ricava

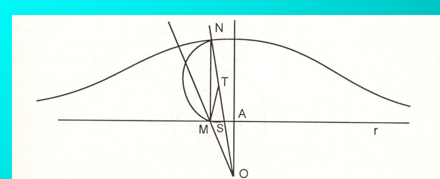
$$X\hat{A}B = 1/3\ C\hat{A}B$$

Altri matematici greci - Nicomede



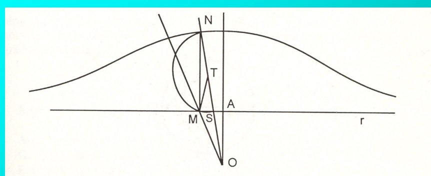
- **Nicomede** (ca. 280-210 a. C.)
- studiò la trisezione dell'angolo tramite la *concoide* (*a* e *b* sono costanti): $(x^2 + y^2)\ (x - b)^2 - a^2x^2 = 0$;
- in coordinate polari risulta: $\rho = \pm\, a + b/(\cos\theta)$

Altri matematici greci - Nicomede



- Supponiamo di voler trisecare l'angolo AÔM. Sia a = 2 OM; costruiamo una concoide tale che A sia la proiezione di O su r. Da M si conduca la parallela ad OA che incontra la concoide in N. Dimostriamo che è AÔN =AÔM /3.

Altri matematici greci - Nicomede



Infatti, sia S l'intersezione di AM e ON e T il punto medio di SN; il triangolo SMN è rettangolo e quindi iscrivibile in una semicirconferenza di diametro SN. Quindi TM = SN/2 = a/2 = OM.

Allora TOM è un triangolo isoscele e gli angoli in T e in O sono uguali e sono doppi dell'angolo in N, che è uguale all'angolo AÔN, che quindi risulta 1/3 di AÔM.

I tre problemi classici della matematica greca

- **Duplicazione del cubo**

  ovviamente il problema è dato da

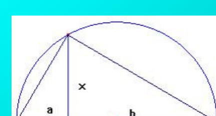
  $$b^3 = 2\,a^3$$

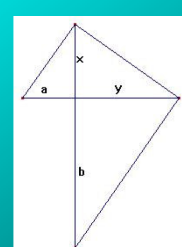
  cioè b è a per la radice cubica di 2.
- **Ippocrate** dimostrò che la risoluzione di questo problema equivale a studiare l'intersezione tra coniche, due parabole ed una iperbole equilatera (non risolubile con riga e compasso)

Duplicazione del cubo

- Presso i Pitagorici era noto come inserire un segmento $\boldsymbol{x}$ medio proporzionale tra due segmenti dati a e b, cioè era noto come costruire segmenti che verificassero la proporzione $a: \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}: b$
- Non era nota, invece, l'estensione al caso dell'inserzione di due segmenti x e y, medi proporzionali tra due segmenti dati, in modo che valga la proporzione $a: \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}: \boldsymbol{y} = \boldsymbol{y}: b$

Duplicazione del cubo





Duplicazione del cubo

La relazione

a /x = x/y = y/b

si trasforma nel sistema

$$\begin{cases} x = ab / y \\ x^2 = ay \end{cases}$$

Duplicazione del cubo

da cui:

$$x^3 = a^2b$$

il segmento x è uguale allo spigolo di un cubo equivalente ad un parallelepipedo rettangolo a base quadrata di lato a e avente altezza b.

Per $b = ma$ si ottiene:

$$x^3 = ma^3$$

da cui, per $m = 2$, si ottiene $x^3 = 2a^3$

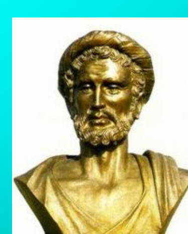
Duplicazione del cubo

Il problema è quindi ridotto ad un problema di geometria piana.

La risoluzione del problema può quindi ridursi allo studio dell'intersezione tra due parabole oppure dell'intersezione di una di queste con un'iperbole equilatera: infatti ponendo $b = x$, $b^2/a = y$ si ha

$$x^2 = ay \quad y^2 = 2ax \quad xy = 2a^2$$

I tre problemi classici della matematica greca



- **Duplicazione del cubo**

Archita fornì una soluzione tridimensionale del problema di Delo intersecando un cono, un cilindro e un toro.

I tre problemi classici della matematica greca

- Il risultato ottenuto da Archita appare ancor più straordinario se teniamo conto che egli giunse alla sua soluzione per via sintetica, senza l'uso delle coordinate cartesiane.

I tre problemi classici della matematica greca

- Anche il problema della **quadratura del cerchio** si può risolvere tramite la curva trisettrice di Ippia (chiamata anche, per questo, curva **quadratrice**)

I tre problemi classici della matematica greca - π

$A = \left(d - \frac{d}{9}\right)^2$ formula egizia per l'area del cerchio ; se ne ricava $\pi \approx 256/81 \simeq 3,1605$

Secondo i babilonesi $\pi \simeq \frac{25}{8} = 3,125$

Mille anni dopo, regnando Salomone, $\pi \simeq 3$ (Liber tertius regum, VII, 23 v. anche Liber secundus paralipomenon IV, 2) "Fecit quoque mare fusile decem cubitorum a labio usque ad labium, rotundum in circuitu, quinque cubitorum altitudo ejus, et resticula triginta cubitorum cingebat illud per circuitum."

I tre problemi classici della matematica greca - π

Ἀρχιμήδους κύκλου μέτρησις

ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζονι δὲ ἢ ῑ οα΄ μείζων

ergo ambitus circuli triplo maior est diametro et excedit spatio minore quam 1/7, maiore autem quam 10/71

(Archimedes Opera Omnia Leipzig - Teubner, 1910)

Democrito

- **Democrito di Abdera** (n. c. 460 a. C.)
- fondatore dell'atomismo
- può essere considerato il precursore del calcolo infinitesimale:
- "*Due sezioni eseguite su un cono tramite due piani paralleli vicinissimi non possono risultare tra loro uguali, altrimenti il cono si muta in cilindro, né tra loro disuguali, altrimenti il cono presenterebbe rugosità*"

Democrito

- Democrito dimostrò (cosa nota agli egizi quattordici secoli prima) che il volume di una piramide è uguale a 1/3 di quello di un prisma di uguale base e uguale altezza
- probabilmente egli arrivò alla dimostrazione utilizzando un **procedimento di limite** o di **somma di una serie**

Eudosso

- **Eudosso di Cnido** (c. 408 - c. 355 a. C.)
- Processo di *esaustione* (termine introdotto nel XVII sec.)
- Teoria delle proporzioni
- **Postulato di Eudosso:** *date due grandezze omogenee,* A *e* B *con* $A < B$ *esiste un numero naturale* n *tale che* $nA > B$

Eudosso

- **Postulato di Eudosso**: introduce le classi di grandezze che oggi chiamiamo *archimedee*
- non tutte le classi di grandezze sono archimedee (angoli curvilinei e rettilinei; **infinitesimi**)

Eudosso

- Proprietà di **esaustione**:
- *Se da una qualsiasi grandezza si sottrae una parte non inferiore alla sua metà, e se tale processo viene continuato, resterà una grandezza inferiore a qualsiasi grandezza assegnata*

Eudosso

- Una applicazione della proprietà di esaustione si ha se si vuole dimostrare che due grandezze A e B (ad es. due segmenti) sono uguali.
- Tale **dimostrazione** si può fare **per assurdo**:

  si nega la tesi e si giunge ad una contraddizione.

Eudosso

- Supponiamo per assurdo che siano diverse, con A>B, e che esista una successione di grandezze omogenee tutte minori di entrambe le grandezze A e B

- Una qualsiasi successione che approssimi A ad un certo punto ha elementi maggiori di B, il che contraddice l'ipotesi

Euclide

Euclide

Euclide

Euclide

- Pochissimo si sa della sua vita: nacque ad Alessandria, visse probabilmente sotto Tolomeo I (367 a. C. - 283 a. C.)
- è menzionato in un brano di Pappo
- di lui si sa quanto ne dice Proclo, che lo colloca tra i discepoli di Platone, più anziano di Archimede e di Eratostene, che erano coetanei

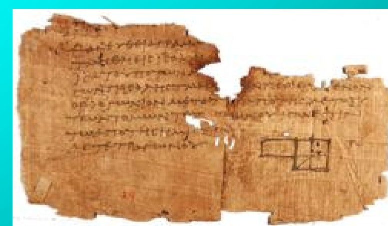
Euclide

- Fu spesso confuso con Euclide di Megara; anche alcune edizioni medievali latine di sue opere portano *Euclides Megarensis* e lo qualificano come filosofo (effettivamente Euclide di Megara fu un filosofo, che visse un secolo prima, fondatore della scuola megarica e discepolo di Socrate). Solo con gli studi di Commandino (1572) fu corretta questa erronea supposizione.

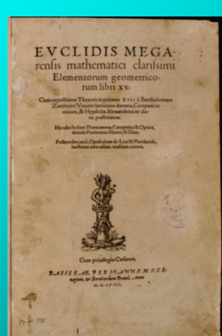
Euclide

- Fu l’autore degli ***Elementi***, che non ci sono giunti in originale, se non pochi frammenti, ma attraverso una traduzione araba poi tradotta in latino
- fu autore anche di altre opere: *Ottica*, *Coniche*, *Porismi* (corollari o teoremi incompleti, riassunti da Pappo), *Fenomeni* (della sfera celeste), due trattati di musica

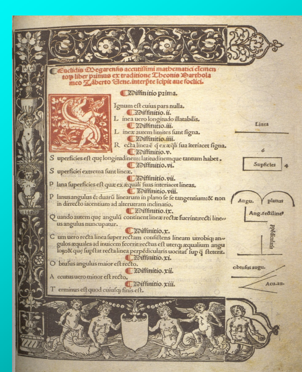
Euclide - Elementi



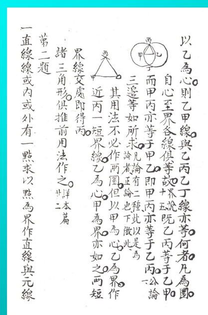
Euclide - Elementi



Euclide - Elementi



Euclide - Elementi



以乙為心。則乙甲線。與乙丙乙丁線亦等。何者。凡為圜。
自心至界各線俱等故。界說十五 既乙丙等于乙甲。
而甲丙亦等于甲乙。即甲丙亦等于乙丙。一公論
三邊等如所求。凡論有二種。此以是為論者。正論也。下倣此。
其用法不必作兩圜。但以甲為心。乙為界作
近丙一短界線。乙為心。甲為界。亦如之。兩短
界線交處即得丙。
諸三角形。俱推前用法作之。詳本篇廿二
第二題
一直線線或內或外有一點。求以點為界作直線與元線

La prima proposizione del Libro I degli *Elementi*
(trad. gesuita Matteo Ricci, sec. XVII)

Euclide - Elementi

- Gli *Elementi* (ca. 300 a. C.) comprendono 13 libri (6 dedicati alla geometria piana, 2 alla teoria dei numeri, 1 alle grandezze incommensurabili, 2 alla geometria solida)
- hanno contributi originali, ma anche sono una sintesi di circa tre secoli di ricerche geometriche

Euclide - Elementi

- Il primo libro riporta 23 termini, che descrivono dei concetti primitivi, ad es.:
- Un **punto** è ciò che non ha parti
- **Linea** è lunghezza senza larghezza
- Estremi di una linea sono punti
- **Linea retta** è quella che giace egualmente rispetto ai suoi punti
- **Superficie** è ciò che ha soltanto lunghezza e larghezza
- Estremi di una superficie sono linee

Euclide - Elementi

- Altre definizioni riguardano:
- *perpendicolare*,
- *angoli (retto, acuto, ottuso)*,
- *figure*,
- *triangoli*, *quadrilateri (quadrato, rombo, romboide, trapezio),*
- *rette parallele* (che, prolungate da entrambe le parti, non si incontrano)

Euclide - Elementi

- Ecco alcune delle proprietà dei numeri (naturali):
- **Numero** è una pluralità composta di unità
- un numero (minore) è *parte* di un altro (maggiore) quando *lo misura* (cioè quando è un suo sottomultiplo)

Euclide - Elementi

- Numero **pari** è quello che è divisibile in due parti uguali
- Numero **dispari** è quello che non è divisibile in due parti uguali, ossia quello che differisce di un'unità da un numero pari

Euclide - Elementi

- Numero ***primo*** è quello che è misurato soltanto dall'unità (attualmente esistono altre definizioni che possono essere più comode)
- Numeri ***primi tra loro*** sono quelli che sono misurati soltanto dall'unità come misura comune
- numero ***composto*** è quello che è misurato da qualche numero
- numeri ***composti tra loro*** sono quelli che hanno un qualche numero come misura comune

Euclide - Elementi

- Un primo numero *moltiplica* un secondo quando si ottiene un terzo numero componendolo con la somma di tante volte il secondo per quante sono le unità del primo (è la definizione di *prodotto*)

Euclide - Elementi

- Quando due numeri, moltiplicandosi tra loro, producono un terzo numero, il prodotto si chiama ***numero piano*** e i numeri che si moltiplicano tra loro si chiamano suoi ***lati***
- Quando tre numeri, moltiplicandosi tra loro, producono un quarto numero, il prodotto si chiama ***numero solido*** e i numeri che si moltiplicano tra loro si chiamano suoi ***lati***

Euclide - Elementi

- Numero ***quadrato*** è un numero piano che ha per lati due numeri uguali
- Numero ***cubo*** è un numero solido che ha per lati tre numeri uguali

Euclide - Elementi

- Quattro numeri sono ***in proporzione*** quando, se il primo è multiplo, sottomultiplo o una frazione qualsiasi del secondo, allora il terzo è lo stesso multiplo, lo stesso sottomultiplo o la stessa frazione del quarto
- Numeri piani e solidi tra loro sono quelli che hanno i lati proporzionali

Euclide, *Elementi*, libro VII

Euclide - Elementi

- I **numeri primi** sono infiniti
- Se fossero finiti, e il più grande si chiamasse p_k, allora consideriamo il numero

$$N = p_1 p_2 p_3 \ldots\ldots p_k + 1$$

Questo non sarebbe divisibile per nessun p_i (la divisione avrebbe resto 1), e quindi sarebbe primo a sua volta e maggiore di p_k

(dim. adattata modernamente di quella di Euclide, *Elementi*, libro IX; ne esistono altre)

Euclide - Elementi

- **Assiomi di Euclide**:
- 1. Tra due punti si può sempre tracciare una retta (che intendeva: *segmento*)
- 2. Una retta (segmento) si può sempre prolungare
- 3. È sempre possibile tracciare una circonferenza di qualsiasi centro e qualsiasi raggio
- 4. Tutti gli angoli retti sono tra loro congruenti
- 5. Data una retta e un punto fuori di essa esiste un'unica retta passante per tale punto

Euclide - Elementi

- **Nozioni comuni**:
- cose che sono uguali ad un'altra sono uguali tra loro
- cose uguali addizionate (o sottratte) a cose uguali danno risultati uguali
- doppi (e metà) di cose uguali sono uguali
- il tutto è maggiore della parte

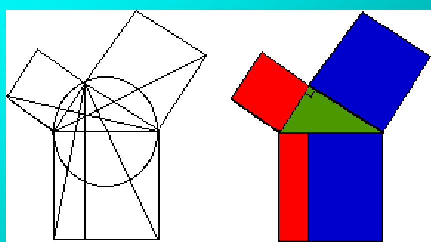
Euclide - Elementi

- Negli *Elementi* Euclide enuncia e dimostra 465 proposizioni, oltre a lemmi e corollari
- Teor.: *Se in un triangolo rettangolo si conduce la perpendicolare dall'angolo retto alla base, i triangoli così formati saranno simili al dato e simili tra loro*

Euclide - Elementi

- **Primo teorema** di Euclide
- *In un triangolo rettangolo il cateto è medio proporzionale tra la sua proiezione sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa*
- oppure
- *in un triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo avente per lati la sua proiezione sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa*

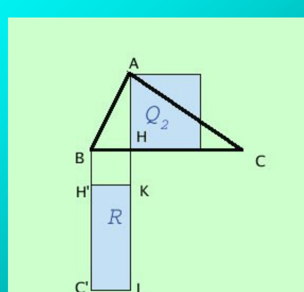
Euclide - Elementi



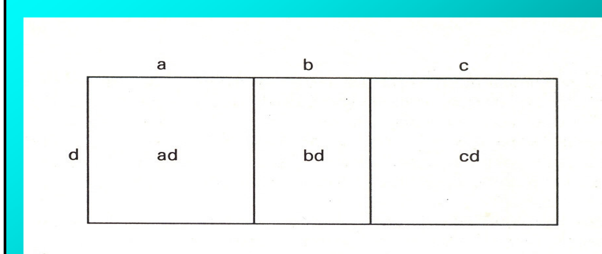
Euclide - Elementi

- **Secondo teorema** di Euclide
- *Il quadrato costruito sull'altezza è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa.*

Euclide - Elementi

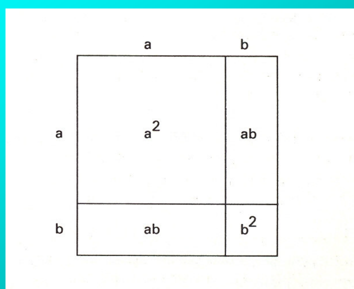


Euclide - Elementi



Proprietà distributiva: (a+b+c)d = ad+bd+cd

Euclide - Elementi



$(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$

Euclide - Elementi

- Altre proprietà dimostrate negli *Elementi*:
- l'algoritmo di scomposizione unica di un numero intero in fattori primi
- un altro metodo per trovare il massimo comune divisore tra due numeri *senza ricorrere* alla scomposizione i fattori primi
- i cerchi stanno tra loro come i quadrati dei diametri (dimostrato col metodo di esaustione: dei due rapporti nessuno può essere maggiore dell'altro)

Euclide - Elementi

- Tra i postulati della geometria c'è il famoso **V postulato** che viene da Euclide enunciato così:
- *se una retta venendo a cadere su due rette forma gli angoli interni e dalla stessa parte minore di due retti, le due rette prolungate illimitatamente verranno ad incontrarsi da quella parte in cui sono gli angoli minori di due retti*

Euclide - Ottica

- Euclide scrisse anche altre opere; nell'**Ottica** enuncia alcuni principi fisici:
- i raggi sono rettilinei
- gli oggetti che si vedono sotto angoli uguali sono ritenuti uguali
- Quest'opera ebbe molta influenza sulla scienza medioevale

Archimede

Archimede

Archimede
(dipinto di Domenico Fetti, 1620)

Archimede
287-212 a. C.

- Nasce a Siracusa, forse è per un certo tempo in Egitto, ad Alessandria
- Non esiste una sua biografia, gli elementi sono estratti da citazioni e biografie di altri personaggi (lo citano: Tito Livio, Plutarco, Polibio, Cicerone, Valerio Massimo)
- Vari aneddoti riguardano la sua vita, la sua morte e la sua tomba

Archimede

- Plutarco racconta (con tre racconti diversi) che fu ucciso da un soldato romano durante l'assedio di Siracusa

Archimede

L'uccisione di Archimede (Ercolano)

Archimede

- Colombario romano a cui viene dato il nome di "Tomba di Archimede" (non può essere la sua, essendo datata tra il I sec. a. C e il I sec. d.C.)

Archimede

Francobollo commemorativo di Archimede emesso dalle Poste Italiane (1983)

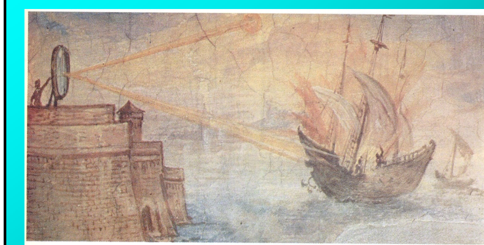
Archimede

Cartolina e francobollo commemorativi dell'anno della Matematica (2000)

Archimede

- Numerose invenzioni meccaniche e strumenti scientifici:
- ordigni bellici (*manus ferrea*, specchi ustori, *Siracusia*)
- orologio ad acqua
- vite senza fine

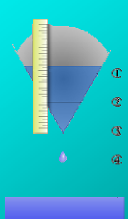
Archimede



G. Parigi, c. 1600 (Uffizi)

- **Specchi ustori**

Archimede



Orologio ad acqua

Archimede

- **Vite senza fine** (*coclea;* incisione dal *De architectura* di Vitruvio)

Archimede (Vitruvio)

- Disegno di Leonardo basato sui canoni di Vitruvio

Archimede

- **Coclea** (Leonardo da Vinci, foglio 26v del *Codice Atlantico*)

Archimede

- Le dimostrazioni *per esaustione*
- Archimede intuisce certe tesi e poi le dimostra per esaustione
- nel Libro I del trattato *Sfera e cilindro* dimostra che l'area della superficie di una sfera è il quadruplo del suo cerchio massimo

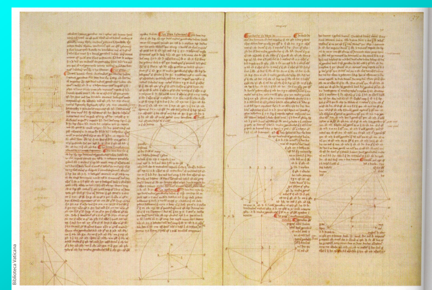
Archimede

- Dimostra anche varie altre relazioni di geometria solida:
- volume della sfera è i 2/3 del volume del cilindro circoscritto
- volume del paraboloide di rotazione di altezza a vale $\pi a^2/2$

Archimede

- Archimede ci è noto attraverso traduzioni dei suoi codici fatte principalmente dagli umanisti
- **Codice A, Codice B, Codice C**
- Traduzione in latino di **Guglielmo di Moerbecke** (1269) (ora nella Biblioteca Vaticana)
- *palinsesti*

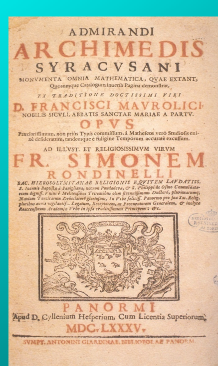
Archimede



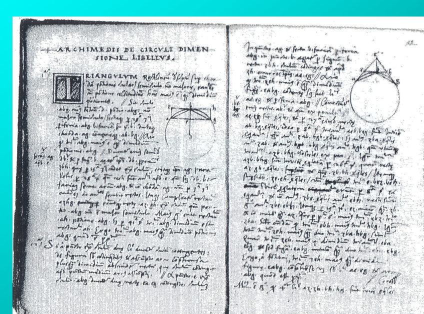
Traduzione latina di Guglielmo di Moerbecke (ca. 1269)
Biblioteca Vaticana

Archimede

- Vari codici vengono tradotti in latino nel Cinquecento
- Qui la traduzione di Maurolico, in un'edizione del 1685



Archimede



Archimede

- Vari testi vengono ritrovati in palinsesti nell'Ottocento

Palinsesto archimedeo venduto all'asta da Christie's (1998)

Archimede

- *Editio princeps* greco-latina (Basilea 1544)
- Il problema di un testo critico si pone soltanto alla fine del Settecento
- edizione del *corpus* archimedeo e della sua traduzione latina del danese Heiberg (1880-81)
- certi testi furono ritrovati soltanto agli inizi del Novecento (*Metodo sui teoremi meccanici*)

Archimede

- Problemi di cronologia
- *Cronologia di Knorr* (1978):
- gruppo giovanile (*cerchio – arenario - quadratura geometrica della parabola*)
- gruppo maturo (*quadratura meccanica della parabola - sfera e cilindro - spirali - conoidi e sferoidi - metodo*)

Archimede

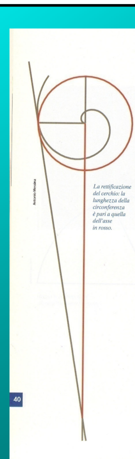
- Archimede fu matematico, ingegnere, fisico, si dedicò ad una grande quantità di problemi di matematica e meccanica
- calcolò aree e volumi servendosi di metodi meccanici, calcolando pesi e baricentri di figure solide

Archimede

- Spirale di Archimede:

  $\rho = a\theta$

  e suo uso nella rettificazione della circonferenza (si ottiene per $a = 1/(2\pi)$



Archimede

- **Il problema dei buoi**

  Trovare il numero dei buoi (e giovenche) del Sole che pascolano nella Trinacria (Sicilia), che sono di quattro colori di pellame (bianco, nero, bruno e screziato), quando se ne sappiano le rispettive proporzioni e si sappia quali frazioni costituiscano quadrati perfetti e quali invece si possano mettere in un triangolo. Le soluzioni sono numeri di oltre 80 cifre!!!

Archimede

- Le proporzioni forniscono 8 equazioni di 1° grado (tori e giovenche di quattro colori), ma le ultime due condizioni, che il numero dei tori bianchi e neri sia un quadrato perfetto, e i bruni e gli screziati formino un numero triangolare porta il problema ad una complicazione notevolissima

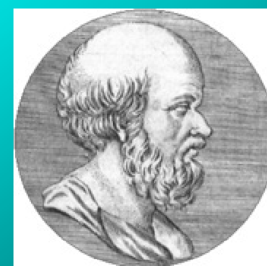
Archimede

- Una soluzione è data dal numero seguente
- 400991687853254797477933505222730047916079979035371424146523892773542439597161770225437l

Eratostene

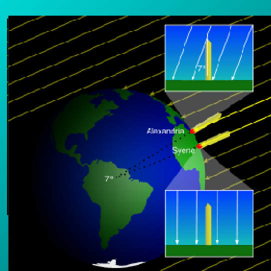
Altri matematici greci - Eratostene

- **Eratostene di Cirene** (284-192 a. C.)
- bibliotecario di Alessandria

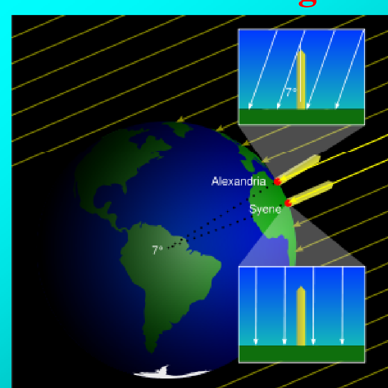


Altri matematici greci - Eratostene

- **Eratostene di Cirene**
- misura della circonferenza terrestre (c. 39.250 km)
- Solstizio d'estate: sole allo zenith a Siene (odierna Assuan), inclinato di circa 7° ad Alessandria, distante 5000 stadi; poiché 7° sono circa 1/50 di 360°, 5000 stadi sono 1/50 della circonferenza terrestre, che quindi è di 250.000 stadi; essendo lo stadio c. 157 metri, ciò porta ad una circonferenza di 39.250 km.



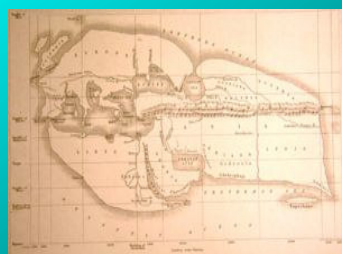
Altri matematici greci - Eratostene



- La distanza tra Alessandria e Siene era circa 750 km., calcolati come giornate di cammino dei buoi.

Altri matematici greci - Eratostene

- Eratostene: una mappa del mondo



Altri matematici greci - Eratostene

- **Crivello** di Eratostene:
- metodo per determinare i numeri primi più piccoli di un certo numero assegnato
- fino a 50 risultano primi:
- 2, 3, 5, 7,
- 11, 13, 17, 19,
- 23, 29,
- 31, 37,
- 41, 43, 47

Altri matematici
Diocle
Nicomede
Tolomeo
Diofanto
Teone

Altri matematici greci - Diocle

- **Diocle** (240-180 a. C.)
- visse nell'isola Eubea; propose la soluzione del problema della duplicazione del cubo tramite la *cissoide*

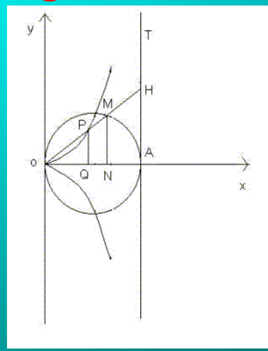
$$y^2(r+x)=(r-x)^3$$

Altri matematici greci - Diocle

- Si prenda una circonferenza di raggio r, si fissi su essa un punto O e nel punto A diametralmente opposto si tiri la tangente AT.
- Condotta per O una retta qualunque, che incontri AT in H, si porti su essa un segmento OP, che in valore e segno sia uguale ad MH.

Altri matematici greci - Diocle

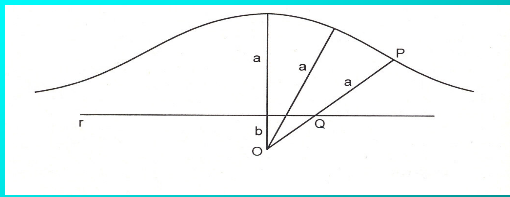
- Il luogo dei punti P, quando la retta ruota intorno ad O, è la **cissoide**.



Altri matematici greci - Diocle

- Diocle scrisse anche un trattato sugli specchi ustori, che ci è rimasto tramite una traduzione araba e alcuni frammenti citati da Eutocio nei suoi commenti all'opera di Archimede *Sulla sfera e il cilindro*

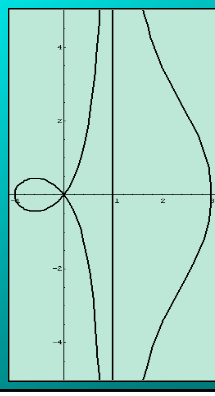
Altri matematici greci - Nicomede



- **Nicomede** (ca. 280-210 a. C.)
- studiò la trisezione dell'angolo tramite la *concoide* (*a* è costante): $(x^2 + y^2)(x - b)^2 - a^2x^2 = 0$;
- in coordinate polari risulta: $\rho = \pm a + b/(\cos \theta)$

Altri matematici greci - Nicomede

- Nicomede non considerava anche il ramo che risulta al di sotto della retta né il cappio che risulta al di sotto di O

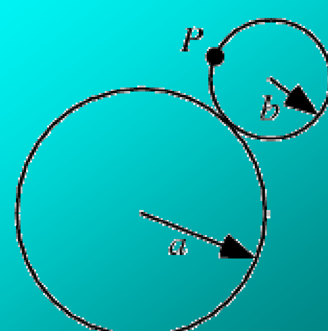


Altre curve

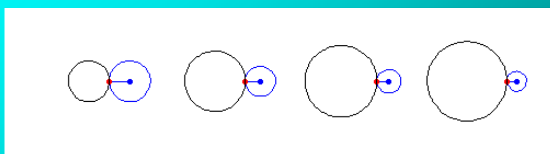
- Ci sono altre curve che sono state studiate in seguito:
- cicloide, studiata da Galileo,
- ipocicloide, studiata da Eulero,
- epicicloide

Altre curve - cicloide

Altre curve - epicicloide

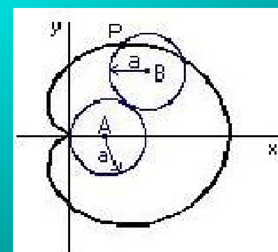


Altre curve - epicicloide

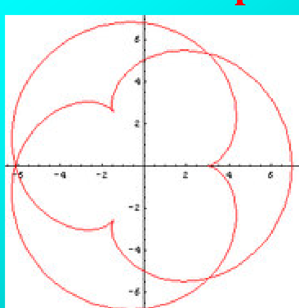


Altre curve - epicicloide

- Caso particolare con due circonferenze di uguale raggio: **cardiode**.



Epicicloide

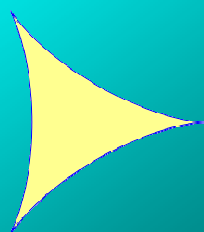


- Punto di una circonferenza di raggio 2 che ruota su una circonferenza di raggio 3

Ipocicloide

- Curva generata da un punto di una circonferenza che ruota all'interno di un'altra circonferenza. Risultano curve diverse a seconda dei rapporti tra i due raggi

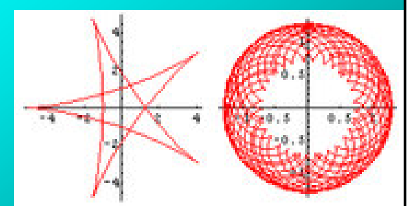
Altre curve - ipocicloide



Ipocicloide

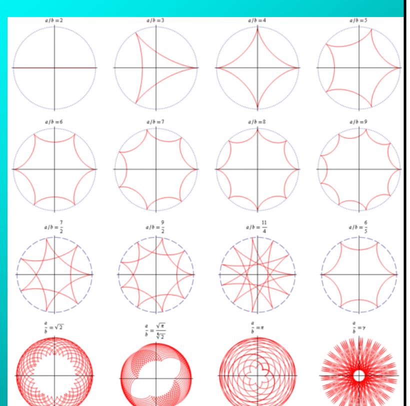
A sinistra ipocicloide dove il rapporto tra i raggi delle due circonferenze è 5 a 3;

a destra ipocicloide dove il rapporto è irrazionale



Ipocicloide

Immagini di ipocicloidi diverse, a seconda del rapporto tra i raggi delle due circonferenze



Altri matematici greci - Tolomeo

- **Claudio Tolomeo** di Alessandria (ca. 100-175)
- Astronomo, matematico, scrisse “Collezione matematica” poi chiamata generalmente con il nome arabo *Almagesto* (= il più grande)

Altri matematici greci - Tolomeo

- Impossibilità di ottenere una rappresentazione della superficie sferica su una carta piana che sia contemporaneamente:
- **equidistante** (che rispetta le mutue distanze)
- **conforme** (che mantiene gli angoli)
- **equiestesa** (che rispetta la proporzionalità delle aree)

Altri matematici greci - Tolomeo

- Tolomeo fu il primo ad affrontare il problema da un punto di vista matematico e propose
- la *proiezione ortografica* (che proietta la superficie sferica su tre piani mutuamente ortogonali)
- la *proiezione stereografica* (proiezione da un polo, manda cerchi in cerchi e rette in rette)

Altri matematici greci - Tolomeo

- Mappa di Tolomeo che rappresentava il mondo allora conosciuto
- La cartografia tolemaica fu largamente usata fino al Rinascimento

Altri matematici greci - Diofanto

- **Diofanto** di Alessandria (visse attorno al 100)
- di lui non si sa quasi niente, salvo l'età della morte, in quanto Diofanto stesso volle che questa venisse scritta sulla sua tomba come epitaffio tramite l'indovinello seguente (il testo è riportato da una tradizione latina, il luogo effettivo della tomba è ignoto):

Altri matematici greci - Diofanto

- *Hunc Diophantus habet tumulum qui tempora vitae illius mira denotat arte tibi. Egit sextantem juvenis; lanugine malas vestire hinc coepit parte duodecima. Septante uxori post haec sociatur, et anno formosus quinto nascitur inde puer. Semissem aetatis postquam attigit ille paternae, infelix subita morte peremptus obit. Quattuor aestates genitor lugere superstes cogitur, hinc annos illius assequere.*

Altri matematici greci - Diofanto

- *Diofanto ha questa tomba che ti dice con arte mirabile i tempi della sua vita. Trascorse un sesto della vita nell'infanzia, quindi per un dodicesimo iniziò a coprire le guance di peluria. Dopo un altro settimo da allora prese moglie, e dopo cinque anni nacque un bel bambino. Lo sventurato colto da morte improvvisa venne a mancare quando raggiunse la metà dell'età paterna. Il genitore sopravvissuto dovette piangerlo per quattro anni; di qui indovina la sua età.*

Altri matematici greci - Diofanto

- La soluzione dell'enigma sta nella seguente equazione:

$$x/6 + x/12 + x/7 + 5 + x/2 + 4 = x$$

da cui si ricava l'età di Diofanto, $x = 84$.

Altri matematici greci - Diofanto

- scrisse *l'Arithmetica* in 13 volumi (ce ne sono giunti solo sei);
- fu detto il "padre dell'algebra", in quanto la sua opera *Arithmetica* non conteneva ragionamenti geometrici
- A Diofanto si deve l'inizio dell'algebra *sincopata* che usa i simboli invece che descrivere le operazioni e le relazioni (algebra *retorica*)

Altri matematici greci - Diofanto

- Ciò che attualmente si scrive

$$2x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 1$$

- era scritta da Diofanto con simboli che potevano interpretarsi come

QQ2 C5 M Q3 u1

- dove si è indicato con Q il quadrato, con C il cubo, con M il meno e con u l'unità (Diofanto scriveva "delta Δ (maiuscolo)" per il quadrato e quindi "delta delta" per la quarta potenza, K per il cubo)

Altri matematici greci - Diofanto

- A Diofanto si deve anche un accenno indiretto all'uso dei **numeri relativi**: notò infatti che vale la formula

$$(a-b)(c-d) = ac-ad-bc+bd$$

- e che, pur essendo tutti i numeri positivi, è necessario *aggiungere* il termine *bd*, altrimenti i primi tre termini del secondo membro darebbero un numero negativo (è una prima forma del principio "meno per meno fa più")

Altri matematici greci - Diofanto

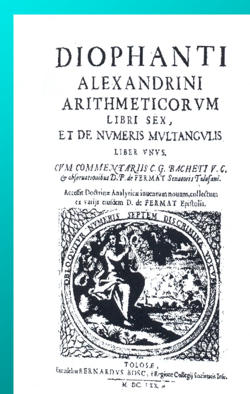
- Si occupò di equazioni; le **equazioni diofantee** sono equazioni a soluzioni intere
- Data l'equazione

$$ax + by = c$$

con a, b, c **interi**, essa ha soluzioni ***intere*** se c è divisibile per il **massimo comun divisore** di a e b

Altri matematici greci - Diofanto

- I sei libri dell'*Arithmetica di Diofanto* nell'edizione di C. G. Bachet del 1670 che riporta le annotazioni di Fermat



Altri matematici greci - Teone

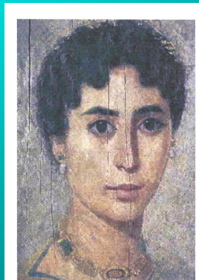
- **Teone di Alessandria** (335-405 ca.), matematico ed astronomo, ci dà notizia di aver assistito ad Alessandria ad un'eclisse solare e ad una lunare entrambe nel 364
- Scrisse un commento all'*Almagesto* e agli *Elementi* di Euclide, con alcuni cambiamenti migliorativi (fino agli ultimi anni dell'Ottocento fu l'unico testo in greco degli *Elementi*)

La prima donna matematica

Altri matematici greci - Ipazia

- **Ipazia** (370 ? – 415)
- Figlia di Teone, che fu suo maestro in molte discipline, compresa l'educazione fisica, e che ne voleva fare un essere perfetto

Altri matematici greci - Ipazia



Ritratto di **Ipazia**, autore ignoto

Altri matematici greci - Ipazia

- Ipazia scrisse opere di astronomia e di matematica, controllò le opere del padre, costruì alcune macchine (un astrolabio, un idroscopio)
- Aprì una sua scuola filosofica gnostica che difendeva il risorgere del platonismo, contrastato invece dal cristianesimo; il vescovo Teofilo aveva fatto distruggere templi pagani e l'annessa biblioteca; gli successe Cirillo, di idee fondamentaliste

Altri matematici greci - Ipazia

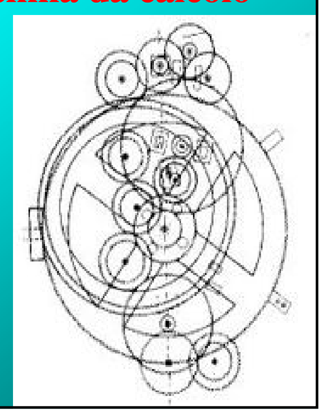
- La predicazione pagana di Ipazia divenne non più tollerata dal vescovo; ci furono violenze da ambo le parti, finché Ipazia non fu presa da alcuni fanatici cristiani (forse istigati dal vescovo Cirillo) e trascinata per la città finché morì

(dalla *Cronaca* di Giovanni, vescovo di Nicea)

La prima macchina da calcolo

La prima macchina da calcolo

La macchina di Anticitera
(Museo Naz. Archeol., Atene)



La macchina di Anticitera

- La macchina fu trovata nel 1900 vicino all'isola di Anticitera, a nord-est di Creta. È databile intorno al 100-150 a. C.
- Era un planetario in metallo mosso da ruote dentate per calcolare il calendario solare e lunare; vi sono raffigurati i cinque pianeti allora conosciuti
- Cicerone afferma che macchine di questo tipo erano state costruite da Archimede