STORIA DELLA MATEMATICA

Dottorato 2008-09

La matematica nel Medioevo

L’Italia del Medioevo - Fibonacci

- **Leonardo Bigollo da Pisa, detto Fibonacci** (1170-1250)

L’Italia del Medioevo - Fibonacci

- 1202: ***Liber abaci***

  15 capitoli, nei quali viene presentata sistematicamente per la prima volta nel mondo occidentale la numerazione posizionale in base 10, con la trascrizione in questo sistema di numeri scritti in base sessagesimale e in maniera romana

L’Italia del Medioevo - Fibonacci

- Il *Liber abaci* propone numerosi problemi; spesso tuttavia non vengono risolti tramite equazioni di primo grado come sarebbe usuale oggi, ma tramite la *falsa posizione*, cioè “se la soluzione fosse…., allora dovrebbe essere……”

L’Italia del Medioevo - Fibonacci

- Dal *Liber abaci*
- *Un lavoratore avrebbe dovuto prendere 7 bisanti al mese se avesse lavorato, mentre avrebbe dovuto restituire 4 bisanti per un mese di assenza. Il lavoratore lavorò saltuariamente e alla fine del mese (30 gg.) ricevette un solo bisante. Quanto lavorò?*

L'Italia del Medioevo - Fibonacci

- Attualmente si imposterebbe un'equazione di 1° grado:

  7x/30 – 4(30-x)/30 =1
- che fornisce come soluzione x = 150/11, cioè 13 gg. e 7/11
- Fibonacci invece fa il calcolo supponendo che il lavoratore abbia lavorato 15 gg.: avrebbe percepito 1 bisante e ½; se ne avesse lavorati 20 avrebbe percepito 3 bisanti e 1/3

L'Italia del Medioevo - Fibonacci

- Fibonacci imposta poi la proporzione

  (20-15) :[3+1/3 –(1+1/2)] = (20 – x): (3+1/3 –1)

  il che porta allo stesso risultato
- Nel *Liber quadratorum* Fibonacci presenta vari artifici per risolvere equazioni, in particolare come ridurre quadrati a somme di quadrati

L'Italia del Medioevo - Fibonacci

- Fibonacci imposta e risolve con artifici diversi varie equazioni di secondo grado; va tenuto presente che equazioni del tipo

  $\boldsymbol{ax^2 + bx = c \quad ax^2 + c = bx \quad bx + c = ax^2}$

  erano considerate sostanzialmente diverse, perché i coefficienti erano tutti positivi
- Dà anche la formula risolutiva generale per l'equazione $x^2 + bx = c$

L'Italia del Medioevo - Fibonacci

- Un altro problema noto che si trova nel *Liber abaci* è quello che ha dato origine alla cosiddetta ***successione di Fibonacci***:

  Data una coppia iniziale di conigli fecondi dal secondo mese in poi che genera una coppia di conigli al mese, i quali a loro volta generano dal secondo mese in poi una coppia di conigli, quanti conigli ci saranno dopo x mesi, supponendo che nessuno muoia?

L'Italia del Medioevo - Fibonacci

- La soluzione produce una successione di numeri

  1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 …

  nella quale, a partire da 2, ogni elemento è la somma dei due precedenti
- La successione di Fibonacci la si incontra in numerose situazioni

Il tardo Medioevo in Italia

- È attribuito al maestro Dardi di Pisa il trattato *Aliabraa Argibra* (1344) in cui ci sono formule risolutive di intere classi di equazioni di terzo e quarto grado del tipo

  $$(h+x)^n = k$$

  con n = 3, 4, derivanti da calcoli di interessi per 3 o 4 anni

Il tardo Medioevo in Italia

- Vari matematici cercarono scritture più semplici dell'algebra retorica: Giovanni del Sodo, Raffaello Canacci, Piero della Francesca (che risolve equazioni del 5° grado)

Il tardo Medioevo in Europa

- **Moses ibn Timmon**, membro di una famiglia ebrea emigrata dalla Spagna in Provenza, tradusse in ebraico gli *Elementi* di Euclide (1270)

Il tardo Medioevo in Europa

- **Levi Ben Gerson** (1288-1344), un ebreo francese, scrisse un commento ai primi 5 libri di Euclide, si occupò di trigonometria e di astronomia
- Tentò di ridurre i postulati di Euclide, riprese la notazione tolemaica della misura degli angoli in gradi e in frazioni sessagesimali

Il tardo Medioevo in Europa

- In particolare Levi Ben Gerson introdusse il *teorema dei seni*:

- *i lati di un triangolo sono proporzionali ai seni degli angoli opposti*

Il tardo Medioevo in Europa

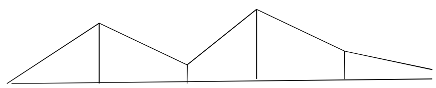
- **Nicolas d'Oresme** (1323-1382) matematico, fisico, astronomo, economista e musicologo francese
- Fu amico e consigliere del re di Francia Carlo V, poi canonico della cattedrale di Rouen

Il tardo Medioevo in Europa

- Oresme scrisse in latino e in francese, contribuendo a creare la terminologia francese in musica e in matematica
- Scrisse il *Tractatus de configuratione qualitatum et motuum*; in questo si può intravedere un sistema di coordinate, *latitudo* e *longitudo*, che precede le coordinate cartesiane

Il tardo Medioevo in Europa

- Oresme tentò di raffigurare un grafico della velocità ponendo in ascissa i tempi e in ordinata la velocità di un corpo (*Tractatus de latitudinibus formarum*)



Il tardo Medioevo in Europa

- Oresme si occupò esplicitamente dell'area sottostante e scoprì che essa esprimeva la spazio percorso, ma non ne seppe spiegare il perché
- Si occupò anche di funzioni di più di due variabili, intuendo che per esprimere quelle sarebbero state necessarie coordinate in spazi di più di tre dimensioni

Il tardo Medioevo in Europa

- Oresme si occupò anche di procedimenti infiniti, in particolare di serie numeriche e dette la dimostrazione (che si dà ancora oggi) della divergenza della serie armonica; detta in termini moderni, dimostrò che si possono raggruppare i termini in gruppi consecutivi di 2^n termini, ciascuno dei quali è > 1/2, e quindi la somma risulta maggiore di un qualsiasi numero prefissato

Il tardo Medioevo in Europa

- Probabilmente ad Oresme o ad un suo copista si deve il primo uso del simbolo "+" per indicare l'addizione come abbreviazione di "et" (la "e" diventa un ricciolo alla base della "t" il cui taglio è evidenziato, dapprima un po' obliquo, poi orizzontale)
- Il segno "-" è di origine più incerta (forse una semplificazione rapida della m di "minus"); certi segni diventano stabili soltanto con la stampa

Il tardo Medioevo in Europa

- Oresme ideò una forma primitiva della scrittura degli esponenti e sviluppò il primo metodo di calcolo degli esponenti frazionari; usò nel suo *Algorismus proportionum* regole che oggi si scriverebbero così:

$$\mathbf{x^a\, x^b = x^{a+b}} \qquad \mathbf{(x^a)^b = x^{ab}}$$

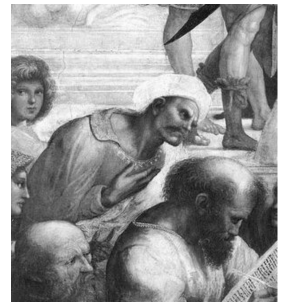
Altre figure del Medioevo

- **Abū l-Walīd Muhammad ibn Ahmad Muhammad ibn Rushd**, diventato nel Medioevo **Aven Roshd** e infine **Averroes** (**Averroè**) (1126 – 1198) è stato un filosofo, medico, matematico e giurisperito spagnolo

Altre figure del Medioevo

Altre figure del Medioevo

- Averroè tradusse in arabo e commentò opere di Aristotele (citato da Dante); sue opere furono poi tradotte in latino e portarono in occidente la cultura filosofica greca

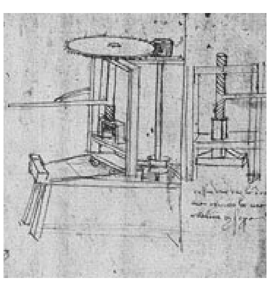


Altre figure del Medioevo

- Un altro filosofo arabo sosteneva che il pensiero di Aristotele, e la filosofia in generale, fossero in contraddizione con l'Islam. La tesi fondamentale di Averroè era esattamente opposta: egli sosteneva che la verità può essere raggiunta sia attraverso la religione rivelata sia attraverso la filosofia speculativa. Tesi opposte ebbe Tommaso d'Aquino

Il primo libro a stampa

La stampa



Torchio da stampa (Leonardo, Codice Atlantico, foglio 995 recto, 1497)

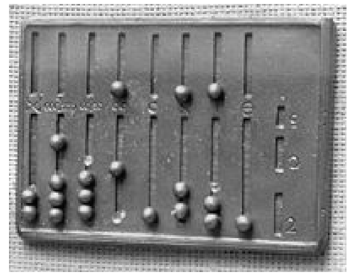
Il primo libro a stampa

- 10 dicembre 1478: esce a Treviso *Larte de labbacho*, un manuale anonimo, noto anche come *Aritmetica di Treviso*
- È un manualetto di 62 pagine, e insegna a fare di conto per chi "vuole usare larte de la merchadantia"

Il primo libro a stampa

- Nel libretto è fatta netta distinzione tra numero e “figura” cioè il simbolo con cui si esprimono le cifre

Il primo libro a stampa



L’abaco era usato come strumento di calcolo già al tempo degli egiziani (αβαξ in greco significava “tavoletta”)

Il primo libro a stampa

- Non sono ancora usati i segni di addizione, sottrazione ecc., ma le operazioni sono indicate con:
- *Iungere,* indicato con *et*
- *Levare* o *cavare,* indicato con *de*
- *Moltiplicare,* indicato con *fia*
- *Partire,* indicato con *in*

Il primo libro a stampa

- La *addizione* è insegnata col riporto, come adesso
- Della *sottrazione* si dice che “mazor da menore non può fir cavato” e viene insegnato il metodo col prestito, ma anche quello di incrementare di una unità la cifra successiva del sottraendo piuttosto che ricordare il prestito

Il primo libro a stampa

- La *moltiplicazione* viene insegnata come adesso, ma quando si tratta di fattori di due cifre, viene insegnato il metodo *a crocetta*

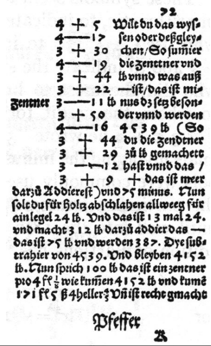
$$\begin{array}{c} 4\quad 3 \\ \times \\ 2\quad 5 \\ \hline 1075 \end{array}$$

Il primo libro a stampa

- Probabilmente da questo metodo è nato il simbolo × per indicare il prodotto, che comunque appare soltanto nella prima metà del ‘600 (oramai i libri sono tutti a stampa)

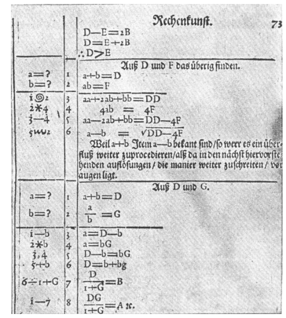
Segni di addizione e sottrazione

- Questa è un'edizione del 1526 di un libro di aritmetica di Johannes Widman, matematico tedesco; sembra essere il primo *a stampa* in cui sono usati i segni "+" e "–" come segni di operazioni



Segni di addizione e sottrazione

- Semplici problemi algebrici:
- cambio di segno portando un valore al di là del simbolo di uguaglianza
- quadrato di un binomio



Fermat

Fermat

- **Pierre de Fermat** (1601-1665) studiò diritto a Tolosa; fu giureconsulto nel parlamento di quella città

Fermat

- 1629: ha l'incarico di ricostruire i *Luoghi piani* di Apollonio sulla base delle citazioni contenute nella *Collezione matematica* di Pappo

Fermat

- 1636: principio fondamentale della geometria analitica:

  ogniqualvolta in un'equazione finale compaiono due quantità incognite si ha un ***luogo****, l'estremità dell'una descrivendo una linea retta o curva*
- Fermat si occupa principalmente delle **equazioni indeterminate**

Fermat - opere

- *Ad locos planos et solidos isagoge*
- Fermat parte da un'equazione lineare e sceglie un sistema di coordinate arbitrario in cui rappresentarla
- **equazioni lineari**:

D in A æquetur B in E

$$Dx = By$$

L'immagine era una semiretta spiccata dall'origine nel primo quadrante (non erano considerati i numeri negativi)

Fermat - opere

- Considera una curva di equazione

$$y = x^n$$

e ne vuole trovare l'area compresa tra le rette x=0 ed x=a.

Suddivide l'intervallo [0, a] in un numero infinito di sottointervalli nelle ascisse a, aE, aE^2, aE^3, … con E<1.

Fermat - opere

- Le aree dei successivi rettangoli (tutti circoscritti), a cominciare dal più grande, avevano area data dalla progressione geometrica

$$a^n(a-aE),\ a^nE^n(aE-aE^2),\ a^nE^{2n}(aE^2-aE^3),\ \dots$$

- La somma all'infinito di questi termini risulta

$$\frac{a^{n+1}(1-E)}{1-E^{n+1}} = \frac{a^{n+1}}{1+E+E^2+\dots+E^n}$$

Fermat - opere

- Con il tendere di *E* a 1 (man mano che i rettangoli diventano sempre più stretti) la somma delle loro aree si avvicina all'area della superficie sottostante alla curva.
- Ponendo *E* =1 si ottiene

$$a^{n+1}/(n+1)$$

che è il risultato esatto.

- Questo risultato risulta valido anche con valori frazionari di *n*.

Fermat - opere

- Ovviamente, per ottenere l'integrale tra *a* e *b* basta fare l'integrale tra 0 e *b* e sottrarre quello da 0 ad *a.*
- Anche per valori negativi di *n* Fermat usava lo stesso metodo, solo prendeva *E*>1 e lo faceva tendere ad 1. Egli trovava in questo caso il valore dell'integrale generalizzato da *a* all'infinito oppure da *b* all'infinito e sottraendo l'uno dall'altro trovava l'integrale tra *a* e *b.*

Fermat - opere

- Questo procedimento si rivelò inapplicabile per *n=-1*, ancorché esso fosse già stato risolto da un gesuita fiammingo precedente a Fermat, Gregorio di San Vincenzo (1584-1667).
- Questi aveva notato che se si prendevano sull'iperbole *xy=1* dei punti e se ne conduceva la perpendicolare all'asse delle *x*

Fermat - opere

- in modo tale che gli intervalli che ne conseguivano fossero in proporzione geometrica, l'area risultava crescere in proporzione aritmetica. Quindi ad un prodotto corrispondeva una somma, e quindi l'area compresa tra le parallele all'asse *y* passanti per *a* e *b*, l'asse *x* e l'iperbole valeva

  $$lg\ b - lg\ a$$

Fermat - opere

- Può sembrare strano che Fermat non si sia accorto, calcolando tangenti a parabole e iperboli e aree sottostanti ai grafici di tali funzioni che il calcolo della aree era l'operazione inversa della determinazione delle tangenti.
- Peraltro già Cartesio aveva affrontato problemi di questo tipo, che gli aveva proposto padre Mersenne (problemi **inversi della tangente**)

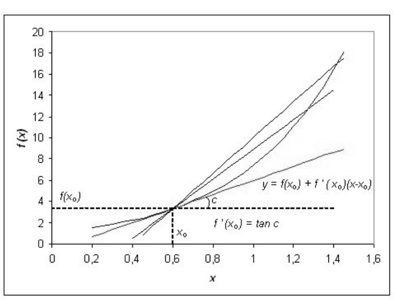
Fermat - opere

- Di fatto non faceva altro che fare quello che adesso chiameremmo il **limite del rapporto incrementale**, e uguagliarlo a 0
- Fermat non conosceva il concetto di limite, ma andava a cercare dove il rapporto incrementale si avvicinava allo 0.
- Fermat quindi è il **primo ideatore del calcolo differenziale**, oltre che il creatore, insieme a Cartesio, della geometria analitica

Fermat - opere

- Fermat trovò anche che il coefficiente angolare della tangente ad una curva (algebrica) era il rapporto incrementale tra due punti vicini, che poi veniva assimilato allo 0.

Fermat - opere



Fermat - opere

$$ax+by= c^2$$

(il quadrato è per mantenere l'omogeneità)

era rappresentato da un segmento della retta nel primo quadrante compreso tra gli assi coordinati

Fermat - opere

- All'iperbole

$$xy= k^2$$

viene ricondotta l'equazione generica

$$xy+a^2= bx+cy$$

mediante una traslazione d'assi del sistema di coordinate

Fermat - opere

- La conica degenere

$$x^2 = y^2$$

era una sola semiretta nel I quadrante, e a questa forma Fermat riduceva le equazioni omogenee di 2° grado

- La parabola

$$a^2 \pm x^2 = by$$

- Il cerchio

$$x^2+y^2 +2ax +2by =c^2$$

Fermat - opere

- L'iperbole

$$a^2 - x^2 = ky^2$$

Inoltre Fermat sa applicare trasformazioni per ridurre le coniche a **forma canonica**

- Poiché la *Isagoge* fu pubblicata dopo la morte di Fermat (1665), la geometria analitica è stata attribuita a Cartesio, ma l'opera di Fermat circolava già da tempo negli ambienti dotti

Fermat - opere

- 1629: *Metodo per trovare i massimi e i minimi* (pubblicato dopo la morte)
- Fermat aveva considerato i luoghi geometrici del tipo

$$y=x^n$$

n >0 : *parabole di Fermat;*

n<0 : *iperboli di Fermat*

(sono curve di ordine anche superiore al 4°)

Fermat - opere

- Metodo per determinare i massimi e minimi delle curve algebriche *f(x)*
- Calcola

$$f(x+E) - f(x)$$

e nota che nei punti di massimo e di minimo quella differenza è quasi 0. Anzi, più piccolo è E e più si avvicina a 0. Allora divide per E e pone $E = 0$ …. (0/0)

Fermat - opere

- Può sembrare strano che Fermat non si sia accorto, calcolando tangenti a parabole e iperboli e aree sottostanti ai grafici di tali funzioni che il calcolo della aree era l'operazione inversa della determinazione delle tangenti.
- Peraltro già Cartesio aveva affrontato problemi di questo tipo, che gli aveva proposto padre Mersenne (problemi **inversi della tangente**)

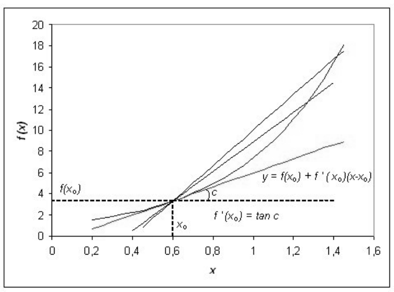
Fermat - opere

- Di fatto non faceva altro che fare quello che adesso chiameremmo il **limite del rapporto incrementale**, e uguagliarlo a 0
- Fermat non conosceva il concetto di limite, ma andava a cercare dove il rapporto incrementale si avvicinava allo 0.
- Fermat quindi è il **primo ideatore del calcolo differenziale**, oltre che il creatore, insieme a Cartesio, della geometria analitica

Fermat - opere

- Fermat trovò anche che il coefficiente angolare della tangente ad una curva (algebrica) era il rapporto incrementale tra due punti vicini, che poi veniva assimilato allo 0.

Fermat - opere



Fermat - opere

$$ax+by= c^2$$

(il quadrato è per mantenere l'omogeneità)

era rappresentato da un segmento della retta nel primo quadrante compreso tra gli assi coordinati

Fermat - opere

- All'iperbole

$$xy= k^2$$

viene ricondotta l'equazione generica

$$xy+a^2= bx+cy$$

mediante una traslazione d'assi del sistema di coordinate

Fermat - opere

- La conica degenere

$$x^2 = y^2$$

era una sola semiretta nel I quadrante, e a questa forma Fermat riduceva le equazioni omogenee di 2° grado

- La parabola

$$a^2 \pm x^2 = by$$

- Il cerchio

$$x^2+y^2 +2ax +2by =c^2$$

Fermat - opere

- L'iperbole

$$a^2 - x^2 = ky^2$$

Inoltre Fermat sa applicare trasformazioni per ridurre le coniche a **forma canonica**

- Poiché la *Isagoge* fu pubblicata dopo la morte di Fermat (1665), la geometria analitica è stata attribuita a Cartesio, ma l'opera di Fermat circolava già da tempo negli ambienti dotti

Fermat - opere

- 1629: *Metodo per trovare i massimi e i minimi* (pubblicato dopo la morte)
- Fermat aveva considerato i luoghi geometrici del tipo

$$y=x^n$$

$n > 0$: *parabole di Fermat;*

$n < 0$: *iperboli di Fermat*

(sono curve di ordine anche superiore al 4°)

Fermat - opere

- Metodo per determinare i massimi e minimi delle curve algebriche $f(x)$
- Calcola

$$f(x+E) - f(x)$$

e nota che nei punti di massimo e di minimo quella differenza è quasi 0. Anzi, più piccolo è E e più si avvicina a 0. Allora divide per E e pone $E = 0$ …. (0/0)

La derivazione

Il rapporto incrementale

- Tra i problemi posti da Cartesio nella *Géométrie* c'era quello delle tangenti alle curve. Descartes e soprattutto Fermat lo avevano risolto nel caso di esempi semplici e poi di curve algebriche, cioè esprimibili come zeri di un polinomio. Fermat calcolava il rapporto incrementale e poi poneva uguale a 0 l'incremento:

Il rapporto incrementale

- In un caso semplice, chiamando E l'incremento:

$$\frac{(x+E)^2 - x^2}{E} = \frac{2Ex + E^2}{E} = 2x + E$$

- e posto E = 0 si ha che la derivata è 2x. Come si vede, non è eseguito un limite.

Il rapporto incrementale

- Il metodo di Fermat si applicava anche ad alcune curve trascendenti e in linea di principio anche a curve la cui equazione conteneva dei radicali, ma diventava praticamente inservibile al crescere della complessità dell'equazione

Leibniz

Leibniz

- **Wilhelm Gottfried Leibniz** (1646-1716)
- Nobile tedesco di origine boema, storico, filosofo, diplomatico, matematico, linguista

Leibniz

- Viaggia, promuove la fondazione delle accademie di Vienna e S. Pietroburgo (che però iniziano la loro attività dopo la sua morte), è socio di altre. La sua residenza abituale è Hannover, dove è lo storico, il bibliotecario e il consigliere diplomatico del duca di Brunswick, il suo grande protettore.

Leibniz

- Ha grande influenza sulla vita politica e culturale di gran parte dell'Europa; i suoi consigli sono richiesti dallo zar Pietro il Grande e dall'Imperatore. Con i suoi contatti diplomatici influisce sull'ascesa di Giorgio Luigi di Hannover al trono d'Inghilterra (1714) e aspira a seguirlo, ma viene lasciato in Germania a scrivere la storia della famiglia di Brunswick.

Leibniz

- È per quasi un anno in Italia (1689-1690), visita varie università e contatta matematici, resta sei mesi a Roma, da dove fa una puntata a Napoli. A Roma c'è l'ipotesi di nominarlo bibliotecario della biblioteca Vaticana, ma è protestante e la cosa sfuma.

Leibniz

- Si ferma a Venezia sia all'andata che al ritorno, sta una settimana a Padova per andare a Este, Monselice e all'eremo di Santa Maria delle Carceri.

Leibniz

- Ha frequentissimi e buoni contatti epistolari con i matematici padovani e quando la cattedra di matematica di Padova resterà vacante Leibniz userà la sua influenza affinché venga chiamato a ricoprirla un giovane e valente svizzero, Jacopo Hermann, che gli dedicherà l'opera scritta a Padova

Leibniz

- Nell'ottobre del 1684 Gottfried Wilhelm Leibniz pubblica sugli *Acta eruditorum* un breve ma fondamentale scritto dal titolo *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus*

Leibniz

- (*Nuovo metodo per i massimi e minimi e del pari per le tangenti, che non utilizza quantità fratte o irrazionali, e un tipo specifico di calcolo per essi*)
- Il punto centrale del metodo di Leibniz era un'operazione, la differenziazione, che permetteva di passare dall'equazione algebrica di una curva ad un'equazione in cui comparivano i differenziali, e, tramite questa, di trovare la tangente alla curva

Leibniz

- Leibniz introduce la notazione differenziale, usando per quantità "molto piccole" le notazioni dx e dy (il segno d, già usato da Cartesio, viene da "differentia", che noi oggi chiameremmo "incremento");
- introduce quindi prima il differenziale di una variabile (dipendente o indipendente) e soltanto dopo introdurrà il loro rapporto

La derivata

La derivata

- Leibniz espone vari calcoli di **differenziali**:

  d(2x) = 2dx

  d(u+v) = du + dv

  d(vu) = dv·u + v·du
- In particolare scrive:

  se y = v, allora dy = dv

  d(v/y) = (ydv - vdy)/y^2

  d(y/v) = 1/d(v/y)

La derivata

- In scritti successivi ci sono quasi tutte le regole di derivazione che conosciamo, compresa quella di derivazione di una potenza ad esponente frazionario (non ancora le derivate di funzioni trascendenti)

La derivata

- Leibniz dice che i differenziali possono essere proporzionali alle diminuzioni "momentanee" delle variabili: c'è, anche se non ancora esplicitamente, il concetto di ***infinitesimo*** (del primo ordine…)
- Successivamente Leibniz divide per dx e nasce la notazione di ***derivata*** ancora come quoziente di quantità molto piccole

La derivata

- Il problema inverso delle tangenti, cioè il passaggio dall'equazione scritta con i differenziali all'equazione della curva, divenne immediatamente il problema principale del calcolo, essendo legato da una parte alla quadratura delle figure (cioè al calcolo della loro area) e dall'altra a una serie di problemi sia geometrici che meccanici.

Teorema fondamentale del calcolo integrale

- Il problema inverso delle tangenti è risolto dal teorema di Torricelli-Barrow:
- Data una funzione (continua e positiva) f definita su un intervallo $[a,x]$, l'area compresa tra il suo grafico e l'asse delle ascisse è una funzione F di x, e la funzione che esprime in ogni punto il coefficiente angolare della tangente al grafico di tale funzione F coincide con la f.

Teorema fondamentale del calcolo integrale

- Oggi esprimiamo questo teorema dicendo che F è una primitiva di f

Serie

Serie

- Vari matematici fin dall'antichità si sono interessati di processi infiniti, in primo luogo dell'operazione di serie.
- Nei secoli XVII e XVIII c'è stato un grande interesse per le serie di potenze, delle quali alcune particolari furono studiate singolarmente e fornirono risultati interessanti.

Mengoli

- **Pietro Mengoli** (1626-1686) fu allievo di Cavalieri a Bologna e quindi lo sostituì nella cattedra. Si occupò di geometria, di astronomia, della rifrazione della luce nell'atmosfera, di musica.

Mengoli

- I suoi lavori scritti in un latino piuttosto oscuro, sono ispirati alla teoria degli indivisibili di Cavalieri e anticipano il calcolo differenziale: Leibniz ne era a conoscenza diretta, mentre Newton ne seppe attraverso Wallis. Tuttavia le sue opere furono presto dimenticate e solo recentemente gli è stato dato merito.

Mengoli

- In *Novae quadraturae arithmeticae, seu de additione fractionum*, pubblicato a Bologna nel 1650, Mengoli tratta le serie, sviluppando idee che erano state materia di studio di matematici italiani.
- Il primo argomento fu lo studio della serie geometrica, determinandone la somma

Mengoli

- Dimostrò la non convergenza della serie armonica, risultato peraltro già raggiunto da Oresme, riconfermando quindi la possibilità di ottenere un numero infinito nella somma di una serie i cui termini tendono ad annullarsi. Studiò anche la serie armonica con segni alternati che dimostrò convergere a log2. Questa serie era stata studiata in precedenza anche da Nicolaus Mercator.

Serie

- Esaminiamo la serie geometrica
  $1 + x + x^2 + x^3 + ...$ (x reale)
- Questa converge, come è noto, per $|x|<1$, mentre diverge a $+\infty$ per $x \geq 1$ e diverge ad ∞ per $x < -1$. Per gli x per i quali converge, la sua somma è 1/(1-x) (la somma è calcolata come il limite della somma della progressione geometrica).

Serie

- Ponendo x = -1 la serie (se fosse convergente!) sembrerebbe convergere a 1/2 , il che sembrò a Leibniz un paradosso, in quanto la successione delle somme parziali oscilla tra 1 e 0

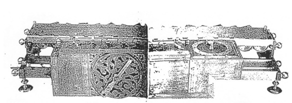
La nascita delle macchine da calcolo

La calcolatrice di Leibniz

- Nel 1673 Leibniz presenta alla Royal Society di Londra la prima calcolatrice meccanica in grado di moltiplicare e dividere. Esistevano già dei progetti di macchine per addizioni e sottrazioni: una era stata effettivamente realizzata dal francese Blaise Pascal e di un'altra, di Wilhelm Schickard, c'erano disegni (poi perduti in un incendio)

La calcolatrice di Leibniz

- L'invenzione fruttò a Leibniz l'ammissione alla Royal Society, ma non ebbe applicazione immediata per le difficoltà tecniche di realizzazione.



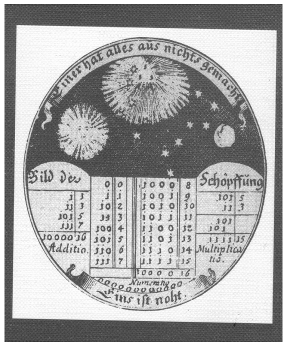
Calcolatrice di Leibniz (1673)
Museo di Berlino

La calcolatrice di Leibniz

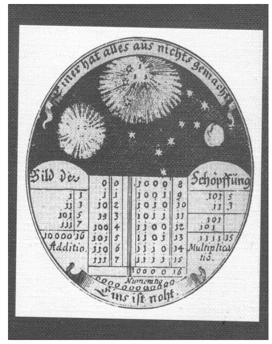
- La calcolatrice di Leibniz verrà ripresa nel 1820 da Xavier Thomas de Colmar e costituirà la base di quasi tutte le calcolatrici meccaniche a quattro operazioni realizzate successivamente.

Il sistema binario

- Pur non avendo avuto una applicazione pratica al momento in una macchina da calcolo, il sistema binario divenne il fondamento di tutta l'informatica e fu ideato da Leibniz

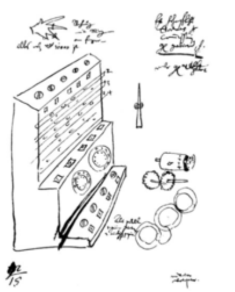


Il sistema binario



- "L'unità ha fatto tutto dal nulla"
- "Immagine della creazione"
- "Addizione – Moltiplicazione-Numerazione"
- "L'unità è necessaria"

La calcolatrice di Schickard



Macchina calcolatrice di Schickard (1623)

- Il suo funzionamento è descritto in un lettera di Schickard a Keplero
- La macchina poteva sommare e sottrarre numeri a sei cifre, e suonava una campanella quando veniva superata la sua capacità

La calcolatrice di Schickard

- **Wilhelm Schickard** (1592 –1635)
- Professore di ebraico e di aramaico, quindi di astronomia.
- Inventò varie macchine, una anche per lo studio della struttura della lingua ebraica. Morì di peste

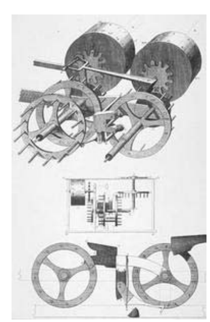
La calcolatrice di Pascal

- Macchina calcolatrice inventata a soli 19 anni da Pascal per aiutare il padre, intendente delle imposte a Rouen.
- In suo onore Wirth dette il nome di PASCAL al linguaggio di programmazione da lui ideato

Pascalina
Conservatorio Nazionale di e Arti e Mestieri
(Parigi)

La calcolatrice di Pascal

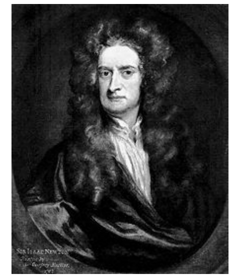
- La *pascalina* faceva le sottrazioni come somma di numeri negativi utilizzando il metodo del complemento a dieci del sottraendo.



Newton

Newton

- **Isaac Newton** (1642-1727) fu matematico, fisico, astronomo, filosofo, membro del parlamento inglese, presidente della Royal Society



Newton

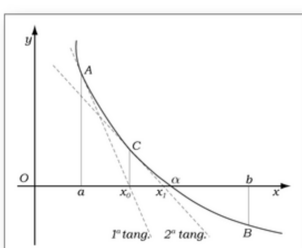
- Il padre morì tre mesi prima che lui nascesse, la madre si risposò, ma Newton fu molto in contrasto col patrigno e fu allevato da una nonna. Alla morte del patrigno Newton ereditò una fortuna piuttosto consistente che gli permise di studiare e vivere agiatamente. Studiò al Trinity College di Cambridge, che però fu chiuso per la peste, e Newton continuò da solo.

Newton

- Durante gli studi scoprì lo sviluppo delle potenze del binomio (*coefficienti binomiali*) e il cosiddetto "metodo delle tangenti", che è uno dei metodi per il calcolo approssimato di uno zero di una funzione. Esso si applica dopo avere determinato un intervallo che contiene una sola radice.

Newton - Metodo delle tangenti

- Il metodo iterativo che ne deriva converge se la funzione ha derivate prima e seconda diverse da 0 (in figura è: f' < 0, f'' > 0)



Newton

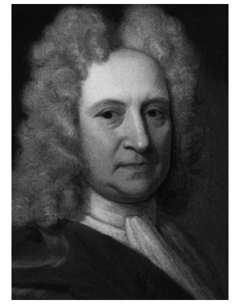
- Newton scoprì la legge di gravitazione universale (l'aneddoto della mela cadutagli in testa, certamente falso, è riferito ad un evento del 1666), confermando così il modello del sistema solare di Keplero, ma scoprì che le orbite potevano anche essere paraboliche o iperboliche

Newton e Halley

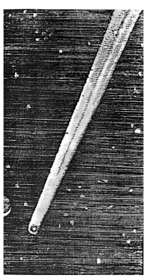
- Newton abbandonò per un certo tempo gli studi astronomici perché aveva sbagliato i calcoli sull'orbita della Luna (non aveva tenuto conto delle perturbazioni dovute agli altri pianeti). Vi ritornò quando gli fu proposto un problema da Halley

Newton e Halley

- **Sir Edmond Halley** (1656-1742), astronomo reale, studiò una cometa nel 1682 e ne predisse il ritorno dopo 76 anni.
- Convinse Newton a pubblicare i suoi studi



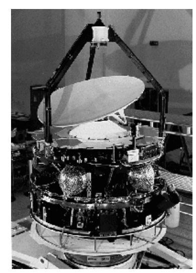
La cometa di Halley



- La cometa come disegnata da Halley nel 1682

La cometa di Halley

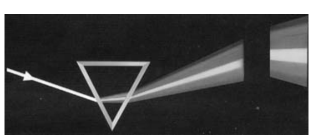
La cometa di Halley (passaggio 1986)



Sonda Giotto

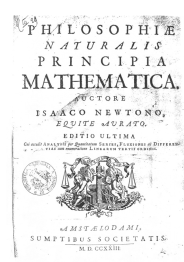
Newton

- Newton studiò anche la rifrazione della luce e scoprì la scomposizione della luce bianca



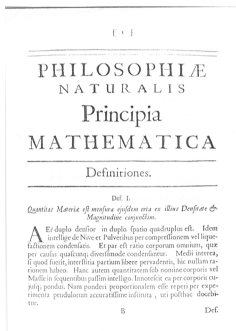
Newton

- Nel 1687 Newton finalmente pubblica la sua grande opera:
- *Philosophiae naturalis principia mathematica*
- (Basi matematiche della fisica)



Newton

- In quest’opera usa per la prima volta il termine *gravitas*;
- enuncia la legge di gravitazione universale e introduce il calcolo infinitesimale;
- tramite la legge di Boyle-Mariotte sui gas (scoperta nel 1662) determina la velocità del suono nell’aria



[1]

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
Principia
MATHEMATICA

Definitiones.

Def. I.

Quantitas Materiæ eſt menſura ejuſdem orta ex illius Denſitate & Magnitudine conjunctim.

AEr duplo denſior in duplo ſpatio quadruplus eſt. Idem intellige de Nive et Pulveribus per compreſſionem vel liquefactionem condenſatis. Et par eſt ratio corporum omnium, quæ per cauſas quaſcunq; diverſimode condenſantur. Medii interea, ſi quod fuerit, interſtitia partium libere pervadentis, hic nullam rationem habeo. Hanc autem quantitatem ſub nomine corporis vel Maſſæ in ſequentibus paſſim intelligo. Innoteſcit ea per corporis cujuſq; pondus. Nam ponderi proportionalem eſſe reperi per experimenta pendulorum accuratiſſime inſtituta, uti poſthac docebitur.

B Def.

Newton

- Newton parla delle *flussioni* che sono le derivate delle *fluenti* (funzioni) e tratta di queste piuttosto che dei differenziali; trova velocità e accelerazione.
- Leibniz invece tratta i differenziali come fossero quantità a sé stanti e indivisibili, delle *monadi,* ed è interessato al problema delle tangenti

Newton

- Newton applica la derivazione anche ad alcune funzioni trascendenti, calcola velocità; gli viene proposto il problema della brachistocrona e lo risolve in una notte. Calcola la somma di alcune serie convergenti (peraltro già note) e tramite queste calcola π con una buona approssimazione

Newton

- Nell’ultimo decennio del ‘600 Newton fu preso da una crisi che potremmo definire di follia (tra l’altro si diceva convinto di essere il nuovo Messia), e abbandonò i suoi studi di matematica. I suoi amici gli fecero avere il posto di guardiano della Zecca reale, di cui poi divenne direttore, e quindi ministro delle finanze (*Cancelliere dello Scacchiere*)

Newton

- La sua attività alla Zecca fu molto impegnata, dedicata ad una riforma dell’economia monetaria e ad una lotta ai falsari; fece chiudere le filiali della Banca d’Inghilterra, centralizzando la coniazione della moneta; anticipò il *gold standard*, cioè un cambio fisso tra la sterlina e l’oro, che l’Inghilterra adotterà per prima nel 1717

Newton

- Sulla base del gold standard, a cui hanno poi aderito anche altri stati, l’economia mondiale si è retta ancora nel 1900.

Newton

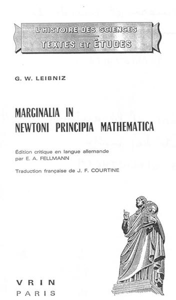
- Newton in vita ebbe grandissimi onori, fu nominato “cavaliere”; non si sposò, ebbe soltanto una passione giovanile. Morì nel 1727 ad 84 anni e fu sepolto a Westminster. Voltaire che era presente ai funerali disse che era stato sepolto come un re

Tomba di Newton

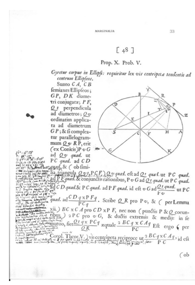
Leibniz e Newton

Leibniz e Newton

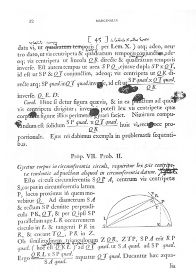
- Leibniz durante il suo viaggio in Italia legge il testo di Newton e vi scrive dei commenti a margine



Leibniz e Newton



Glosse di Leibniz sulla gravitazione



Impronte digitali di Leibniz

Leibniz e Newton

- Leibniz aveva avuto una corrispondenza con Newton nel 1677, nella quale si erano scambiati, in maniera più o meno chiara, i principi da ciascuno elaborati sul calcolo infinitesimale. Successivamente Leibniz andò in Inghilterra, dove alcuni matematici inglesi lo accusarono di aver copiato la teoria da Newton e di averla diffusa in Europa come propria

Leibniz e Newton

- Ne nacque una lunga diatriba per l’attribuzione della priorità della scoperta, e nel 1704 Leibniz si appellò alla Royal Society per ottenere un giudizio. La questione durò diversi anni; furono esaminate le lettere (che poi verranno pubblicate), e la Royal Society attribuì la paternità a Newton (probabilmente Newton stesso stese la relazione finale)

Leibniz e Newton

- Newton non volle mai riconoscere il contributo di Leibniz e anzi nelle edizioni successive della sua opera *Philosophiae naturalis* tolse qualsiasi accenno all'opera di Leibniz. Adesso la priorità di Newton è certa, ma anche la minore applicabilità del suo metodo rispetto a quello di Leibniz; è anche certo che Leibniz elaborò la sua teoria indipendentemente

Leibniz e Newton
Bibliografia italiana

Michael-Thomas Liske, *Leibniz*, Il Mulino, Bologna, 2007

V. Mathieu, *Introduzione a Leibniz*, Laterza, Bari, 2002

Massimo Mugnai, *Introduzione alla filosofia di Leibniz*, Einaudi, Torino, 2001

G. Cantelli, *La disputa Leibniz-Newton sull'analisi*, Bollati Boringhieri, Torino, 2006

Alfred Rupert Hall, *Filosofi in guerra. La polemica tra Newton e Leibniz*, Il Mulino, Bologna, 1988