STORIA DELLA MATEMATICA

Dottorato 2008-09

La matematica in Francia tra Rivoluzione e Restaurazione

Altri matematici della prima metà dell'Ottocento

- Quasi schiacciati tra matematici più famosi accenniamo qui a tre personaggi a cui la vita non riservò soltanto successi.
- **Jean-Joseph Baptiste Fourier** (1768-1830) si occupò principalmente della diffusione del calore e propose come soluzione dell'equazione relativa funzioni che erano espresse tramite serie trigonometriche.

Fourier

- **Jean-Baptiste Joseph Fourier** (1768-1830)
- Figlio di un sarto, diciannovesimo (e non ultimo!) figlio della stessa coppia, molto presto orfano di entrambi i genitori, viene mandato ad un collegio militare

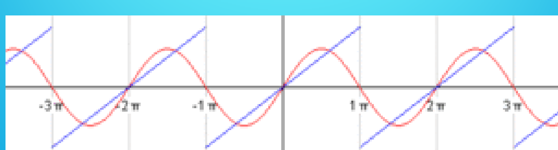
Fourier

- Incontrò l’opposizione di Lagrange, che non concepiva come si potesse a priori supporre che una funzione qualsiasi ammettesse uno sviluppo in serie trigonometriche, e quindi i suoi studi sull’argomento vennero premiati ma non pubblicati, il che poi portò a polemiche sulla priorità

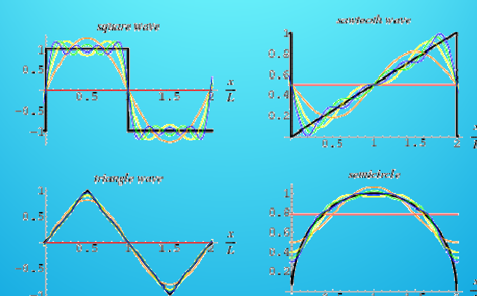
Fourier

- Fourier fu pienamente partecipe sia nella Rivoluzione che nel regime napoleonico e pertanto fu fortemente osteggiato al ritorno della Restaurazione. È fondamentale la sua analisi delle funzioni periodiche, estensibile anche a funzioni definite su un intervallo (e prolungate per periodicità)

Fourier



La serie di Fourier



La serie di Fourier

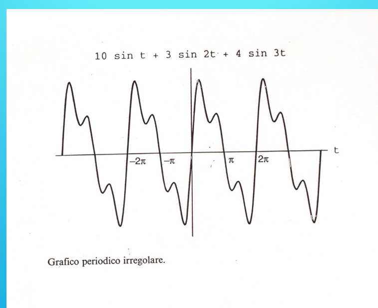
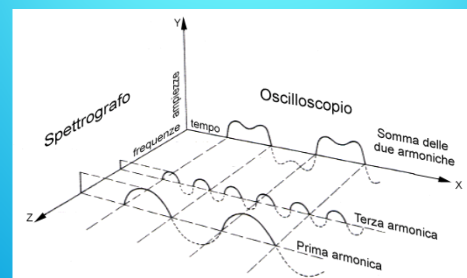
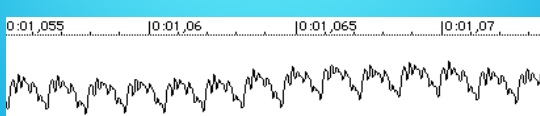


Grafico periodico irregolare.

La serie di Fourier

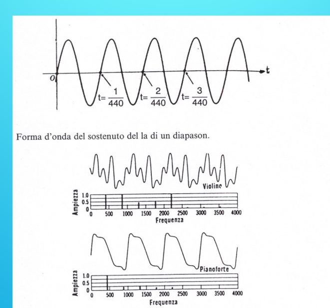


Spettro di una serie di Fourier



Lo spettro di una nota dell'armonica a bocca

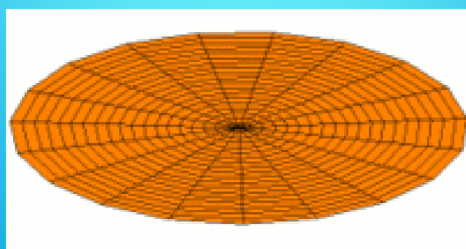
La serie di Fourier



Forma d'onda del sostenuto del la di un diapason.

Forma d'onda e spettro sonoro del la (sostenuto) di violino e pianoforte (*Fonte*: D. Halliday e R. Resnick, *Fisica generale*, Casa Editrice Ambrosiana, 1964).

La serie di Fourier



Fourier

- A tredici anni si scopre matematico e passa le notti studiando a lume di candela. Una notte il guardiano, vedendo la luce, crede che ci sia un incendio…
- A diciassette anni si diploma e fa domanda per entrare al Ministero della Guerra, ma la domanda viene respinta (forse per le origini modeste).

Fourier

- Come ripiego entra novizio tra i Benedettini nell'abbazia di St. Benoit-sur-Loire (reliquie di S. Benedetto) e ha il compito di insegnare.
- Nel 1789 sta per prendere i voti, ma scoppia la Rivoluzione

Fourier

- La Rivoluzione vieta di prendere i voti e poi abolisce gli ordini religiosi.
- Fourier torna ad Auxerre, sua città natale dove insegna matematica, storia e retorica

Fourier

- Nel 1789 Fourier invia all'Académie des Sciences un lavoro che viene giudicato positivamente, ma non viene pubblicato data la situazione rivoluzionaria. I ritardi nella pubblicazione saranno frequenti per Fourier e ciò causerà diatribe per l'attribuzione della priorità

Fourier

- Fourier rifugge dalla violenza, ma partecipa con grande passione all'amministrazione rivoluzionaria; si dimette dal Comitato di Sorveglianza, ma le sue dimissioni sono respinte e viene posta in dubbio la sua lealtà rivoluzionaria.
- Diventa presidente del locale Comitato Rivoluzionario, ma viene raggiunto da un decreto di arresto con condanna a morte dopo un processo sommario.

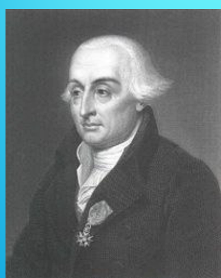
Fourier

- Va a Parigi da Robespierre per perorare la propria causa, ma al ritorno viene arrestato ed incarcerato. Viene liberato soltanto perché un comitato di cittadini, data la stima di cui gode, va a Parigi da Saint-Juste; in quei giorni Robespierre viene ghigliottinato e quindi si ha un'amnistia e Fourier torna in libertà.

Fourier

- Nel 1794 la Convenzione aveva istituito l'École Normale per creare una classe di maestri elementari e professori di scuola media (l'istruzione era principalmente in mano agli ecclesiastici) e Fourier vi ebbe accesso. Tra i professori vi erano Lagrange, Laplace, Monge; le lezioni si tenevano al Jardin des Plantes

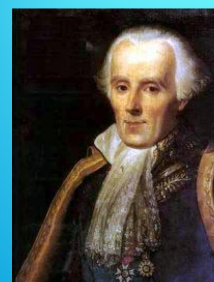
Gli insegnanti di Fourier: Lagrange



Luigi Lagrange (1736-1813)

Monumento a Lagrange
a Torino, in via Lagrange

Gli insegnanti di Fourier: Laplace



Pierre Simone Laplace
(1749-1827)

Medaglia di Laplace incisa da Cauchy

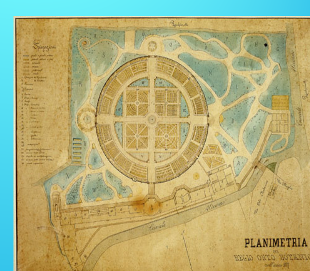
Gli insegnanti di Fourier: Monge e Berthollet

Gaspard Monge
(1746-1818)

Claude Louis Berthollet
(1748-1822)

Fourier – orti botanici

Jardin des Plantes
Parigi



Orto botanico
Padova

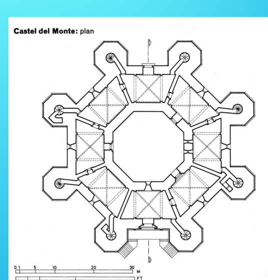
Gli insegnanti di Fourier: Monge

- **Gaspard Monge** (1746-1818) figlio di un arrotino, alunno bravissimo (*puer aureus*) in un collegio di preti; al termine degli studi gli viene offerto un posto a condizione che prenda almeno i primi voti. Entra invece in un collegio per allievi ufficiali, ma non viene nominato ufficiale, perché di umili natali

Gli insegnanti di Fourier: Monge

Monge è contento di disegnare fortificazioni. Il problema di allora era costruire mura che rendessero minimo il danno delle cannonate. La trasformazione da torri quadrate a torri poligonali e poi tonde si ha con il progressivo uso della polvere da sparo

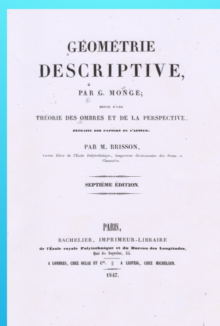
Gli insegnanti di Fourier: Monge



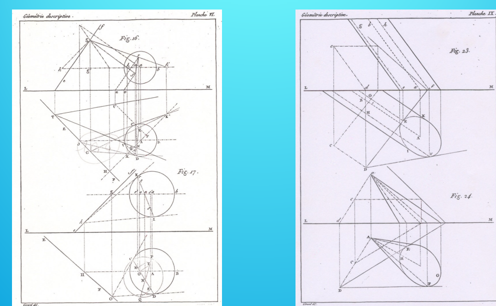
Gli insegnanti di Fourier: Monge

- Una volta Monge risolse il problema molto rapidamente, senza calcoli, ma con soli disegni geometrici; l'ufficiale che doveva controllare i calcoli non ci credeva. Nasceva la **geometria descrittiva**

Gli insegnanti di Fourier: Monge


GÉOMÉTRIE
DESCRIPTIVE,
PAR G. MONGE;
SUIVIE D'UNE
THÉORIE DES OMBRES ET DE LA PERSPECTIVE.
EXTRAITE DES PAPIERS DE L'AUTEUR.
PAR M. BRISSON,
Ancien Élève de l'École Polytechnique, Inspecteur divisionnaire des Ponts et Chaussées.
SEPTIÈME ÉDITION.
PARIS,
BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
de l'École royale Polytechnique et du Bureau des Longitudes,
Quai des Augustins, 55.
A LONDRES, CHEZ DULAU ET C^IE. || A LEIPZIG, CHEZ MICHELSEN.
1847.

Gli insegnanti di Fourier: Monge



Monge: tavole di geometria descrittiva

Gli insegnanti di Fourier: Monge

A Monge fu subito proposto un posto di insegnante nel collegio militare, e il suo insegnamento era coperto da segreto: solo nel 1794 gli fu permesso di insegnare tale materia all'École Normale. Tre anni dopo fu professore anche di fisica, e poi direttore dell'Istituto di idraulica

Gli insegnanti di Fourier: Monge

Monge fu per anni presidente della commissione degli esami di ammissione all'Accademia militare, dove bocciava chi non era all'altezza, anche se figlio di aristocratici; si rifiutava di fare e ricevere favori

Gli insegnanti di Fourier: Monge

Allo scoppio della Rivoluzione Monge è dalla parte dei rivoluzionari, viene nominato ministro della Marina e delle Colonie; però non avendo parametri diversi dal merito viene sospettato di essere reazionario e si dimette

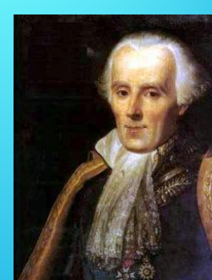
Gli insegnanti di Fourier: Monge

Monge e Berthollet si adoperano nella difesa della patria: ci sono da armare 900.000 uomini, bisogna estrarre il salnistro dalla terra, bisogna fondere i metalli degli orologi e delle campane per fare cannoni. Monge viene denunciato come contro-rivoluzionario e lascia segretamente Parigi

Laplace

Laplace

- **Pierre-Simon Laplace** (1749-1827)
- Di umili (e non note) origini, fu fatto studiare da alcuni protettori, si dedicò principalmente alla meccanica celeste



Laplace

- Non prese parte alla rivoluzione, fece parte del Comitato di Pesi e Misure, fu nominato conte da Napoleone e poi marchese dai Borboni. Napoleone lo fece ministro, ma dopo pochi mesi disse che "Laplace aveva introdotto lo spirito dell'infinitamente piccolo nella direzione degli affari"

Laplace

- Ambizioso, opportunista, guarda con superiorità i colleghi ed è apprezzato sotto tutti i regimi.
- Nel 1773 dimostra la stabilità del sistema solare, applicando la teoria gravitazionale di Newton all'intero sistema, comprese le perturbazioni (il sistema è idealizzato, ad esempio sono trascurate le maree che frenano il moto di rotazione)

Laplace

- Scrive pochi trattati, ma molto ponderosi; il suo *Traité de Mécanique céleste* in edizioni e ampliamenti successivi esce in cinque volumi dal 1799 al 1825.
- Espone un'ipotesi sulla formazione del sistema solare, già proposta da Kant

Laplace

- Rappresentazione dell'ipotesi di Kant-Laplace: una unica nebulosa da cui nasce il sistema solare (ipotesi accettata ancora adesso con qualche precisazione)

Laplace

- Laplace intuì il concetto di buco nero, corpo celeste di massa così grande che nemmeno la luce avrebbe velocità superiore a quella di fuga. Ipotizzò inoltre che alcune delle nebulose mostrate dai telescopi non facessero parte della Via Lattea e fossero esse stesse delle galassie. Questo fatto verrà confermato da Hubble nel 1924.

Laplace

- 1812: *Théorie analitique des probabilités* : "la teoria della probabilità è soltanto senso comune espresso in numeri"
- In quest'opera si trova il calcolo dell'area della gaussiana come viene raccontata adesso; vi sono numerosi integrali di funzioni estremamente complicate

Laplace

- Ancora nella *Théorie analitique des probabilités* si trova la "trasformata di Laplace" (però soltanto con x reale)
- La differenza tra Laplace e Lagrange è stata ben descritta da Fourier: Lagrange è un matematico per cui la fisica è un'occasione, Laplace è un astronomo per cui la matematica è un mezzo

Laplace

- Laplace chiude un'epoca: tutto quello che si poteva dire sulla meccanica celeste di modello newtoniano tramite il calcolo differenziale e integrale è detto. È un fautore del determinismo più rigoroso.

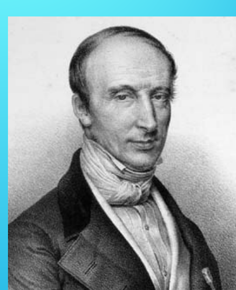
I successori di Fourier

I successori di Fourier

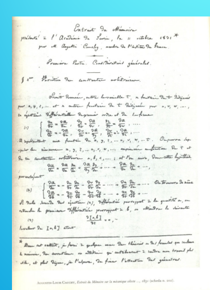
- I maestri di Fourier erano morti, sia Monge che Lagrange; Laplace muore nel 1827. Fourier morirà nel 1830. Cauchy, Fourier e Poisson dovranno fronteggiare una agguerrita concorrenza di giovani

Cauchy

- Augustin Louis Cauchy (1789-1857) era stato un ingegnere delle fortificazioni sotto Napoleone



Cauchy

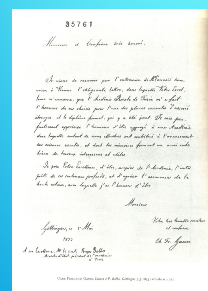


- Cauchy si rifiutò di giurare al nuovo re Luigi Filippo e nel 1830 abbandonò la Cattedra alla Sorbona; andò in esilio e venne anche a Torino, dove presentò un lavoro all’Accademia

Cauchy

- Dopo i nuovi rivolgimenti in Francia Cauchy tornò a Parigi dove fu reintegrato nella cattedra nonostante non avesse giurato fedeltà al nuovo re.

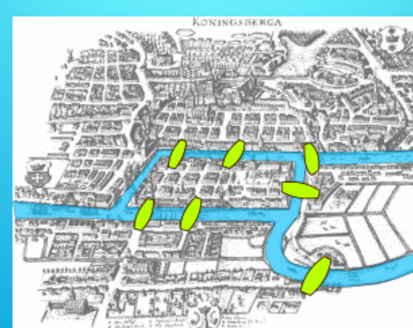
Gauss e l'Accademia di Torino



- Contemporaneamente alla presenza di Cauchy a Torino viene nominato socio dell'Accademia Gauss, che non viene a Torino, ma ringrazia

La nascita della topologia

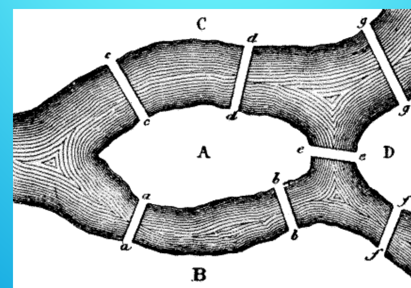
I ponti di Königsberg



I ponti di Königsberg

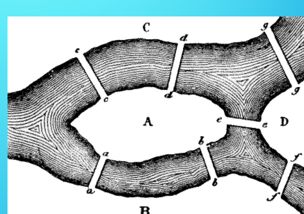
Siamo a Konisberg, nel 1759. Il fiume che attraversa la città si divide in due rami formando un'isola in corrispondenza della biforcazione. Il territorio è diviso in 4 aree come si vede nella figura qui sotto: l'isola A, le due sponde B, C e la parte interna alla biforcazione D

I ponti di Königsberg



I ponti di Königsberg

Le 4 aree sono collegate da 7 ponti:
A-C sono collegate dai ponti c, d;
A-B sono collegate dai ponti a, b;
D-A sono collegate dal ponte e;
D-C sono collegate dal ponte g;
D-F sono collegate dal ponte f



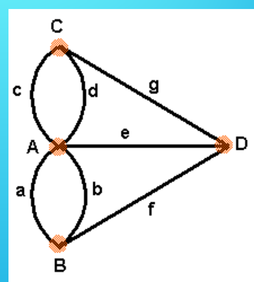
I ponti di Königsberg

- E' possibile fare una passeggiata attraversando esattamente una sola volta tutti i ponti?
- Il problema dei ponti di Konisberg si può ricondurre alla seguente figura.

I ponti di Königsberg

E' possibile tracciarla con un solo tratto di penna senza mai staccare la penna dal foglio e percorrendo tutte le linee una sola volta?

Non è possibile!



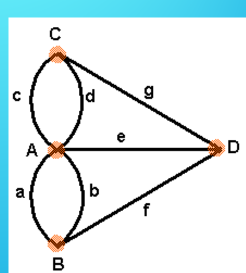
I ponti di Königsberg

Una figura di questo tipo, formata da punti nodali (A, B, C, D) e da linee che li congiungono (a, b, c, d, e, f, g), si chiama **grafo**.

I punti A, B, C, D si chiamano **nodi**. Le linee a, c, d, e, f, g si chiamano **archi** (o lati o segmenti). Le superficie chiuse limitate da una serie di archi si chiamano **regioni.**

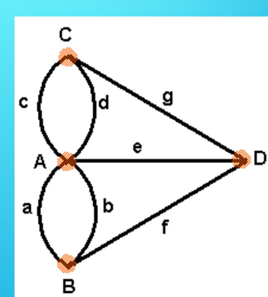
I ponti di Königsberg

Il numero di archi che escono da un nodo si chiama **ordine** del nodo. Ad esempio l'ordine del nodo A è 5 mentre l'ordine del nodo D è 3.



I ponti di Königsberg

- Quando si dice "nodo pari" o "nodo dispari" si intende rispettivamente "nodo di ordine pari" o "nodo di ordine dispari"



I ponti di Königsberg

- La possibilità di tracciare grafi con un solo tratto di penna è soggetta alle seguenti leggi:
- 1) Le figure che **non hanno nodi dispari** si possono tracciare con un tratto continuo partendo da un nodo qualunque.
- 2) Una figura che **ha esattamente 2 nodi dispari** può essere tracciata con un tratto continuo partendo da uno di essi.

I ponti di Königsberg

- 3) Le figure che **hanno più di 2 nodi dispari** non possono essere tracciate con un tratto continuo.

I ponti di Königsberg

- Eulero stabilì che un grafo composto soltanto da nodi pari, cioè ciascuno collegato a un numero pari di archi, è sempre percorribile e che si può ritornare al punto di partenza senza sovrapposizioni di percorso.

I ponti di Königsberg

- Se un grafo contiene nodi pari e soltanto due nodi dispari è ancora percorribile, ma non si può più ritornare al punto di partenza.

I ponti di Königsberg

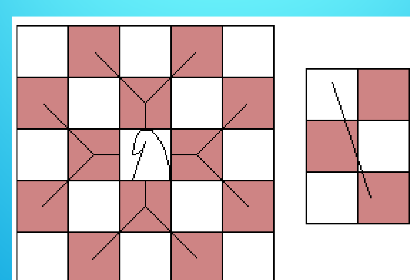
- Se contiene invece più di due nodi dispari, non è percorribile senza sovrapposizioni di percorso.
- La passeggiata sui ponti di Könisberg è di quest'ultimo tipo, porta a un grafo composto da quattro nodi dispari, e quindi il problema di partenza ha risposta negativa

I ponti di Königsberg

- Quello che sembrava un piccolo rompicapo senza importanza, nelle mani di Eulero diventò un grande problema matematico, punto di partenza della teoria dei grafi e di una nuova scienza: la topologia, destinata a grandi sviluppi, un secolo più tardi.

I ponti di Königsberg

Il salto del cavallo



Il salto del cavallo

- Poiché esistono molte mosse diverse che consentono al cavallo di saltare da una casella all'altra, si può disegnare un cammino chiuso in cui tutte le possibili MOSSE siano tracciate una ed una sola volta? (grafo euleriano)

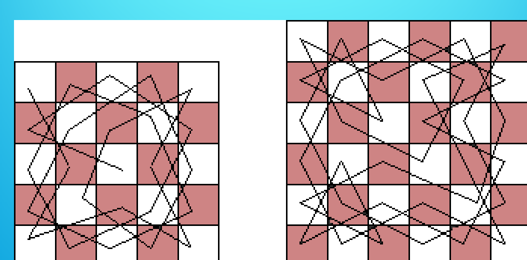
Il salto del cavallo

- È possibile, per il cavallo, occupare tutte le CASELLE di una scacchiera $n \times n$ ciascuna esattamente una volta prima di ritornare sulla stessa casella da cui è partito? (grafo hamiltoniano)

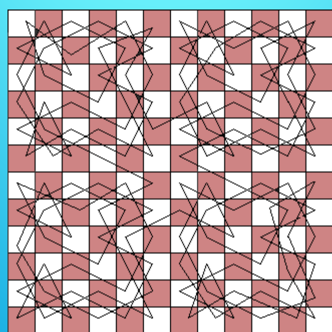
Il salto del cavallo

- **TEOREMA**: Il cavallo, saltando su una scacchiera $n \times n$, può occupare tutte le caselle ciascuna esattamente una volta descrivendo un cammino hamiltoniano $\Leftrightarrow$ $n \geq 5$ (*G. Zammillo*, 2000).

Il salto del cavallo



Il salto del cavallo



La lingua universale logica

La lingua universale logica

- L'idea di lingua universale ha affascinato moltissimi filosofi, studiosi e anche persone comuni dai tempi dell'antica Grecia. Nel periodo di cui ci stiamo occupando questa idea affascinò, tra i molti altri, Cartesio, Newton e Leibniz

La lingua universale logica

- Tutti e tre andarono alla ricerca di una lingua logica "a priori", in cui le parole fossero costruite secondo un principio logico, senza che le radici avessero necessariamente un legame con le radici delle lingue esistenti

La lingua universale logica

- Secondo Cartesio l'insieme apparentemente infinito di concetti poteva essere ridotto ad un numero limitato di concetti base, dal quale tutti gli altri si potevano derivare, come qualsiasi numero può essere espresso con solo dieci cifre. Poche grandi specie avrebbero a loro volta poche sottospecie, le quali avrebbero sottospecie e così via

La lingua universale logica

- Questo sarebbe potuto succedere solo dopo una grande riorganizzazione delle cose, inscindibile da una grande riorganizzazione della società. La lingua era comunque vista come un fenomeno sociale, per quanto sganciata dalle lingue esistenti. Tuttavia la lingua era vista come una riorganizzazione del pensiero prima che come un mezzo di comunicazione

La lingua universale logica

- Questo concetto logico-filosofico della lingua giunse in Inghilterra a metà del sec XVII ed interessò la Royal Society, in particolare il suo segretario Wilkins che effettivamente costruì una lingua su questo principio e il chimico Boyle, che pare la parlasse.

La lingua universale logica

- Newton scrisse nel 1661 o 1662 un'opera che non fu pubblicata e fu scoperta solo nel 1936: *Sulla lingua universale*. I nomi degli oggetti e le idee del mondo costituivano le parole e le relazioni tra esse erano la grammatica. Newton divideva queste relazioni fino a differenze molto piccole, che difficilmente si troverebbero nella comunicazione tra persone.

La lingua universale logica

- Leibniz scrive nel 1704 *Nuove esperienze sull'intelletto umano* (pubblicata nel 1765). La logica dovrebbe scomporre le nozioni in concetti semplici e, come i segni matematici mettono in relazioni i numeri, così nella lingua universale le nozioni elementari potrebbero costituire l'alfabeto della lingua logica.

La lingua universale logica

- Secondo Leibniz è logico avere solo due categorie morfologiche: sostantivi e verbi. Un sistema di affissi permetterebbe di passare da una categoria all'altra. Altri affissi permettevano di creare parole derivate. Se la sintassi era sintetica, la grammatica era analitica, con preposizioni, pronomi, congiunzioni.

La lingua universale logica

- Leibniz vedeva anche una scrittura universale mettendo in corrispondenza le prime 9 consonanti dell'alfabeto latino con le cifre da 1 a 9 e alle cinque vocali corrispondevano le prime cinque potenze di 10.
- Le lingue universali che verranno proposte nei secoli successivi saranno più vicine all'idea di Leibniz che non a quelle di Cartesio e Newton.