

MASTER 2007-2008

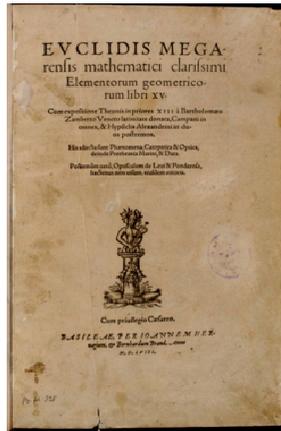
Comunicazione della Scienza

- **Linguaggi e fondamenti concettuali della matematica**
 - 2a settimana

Euclide



Euclide - Elementi

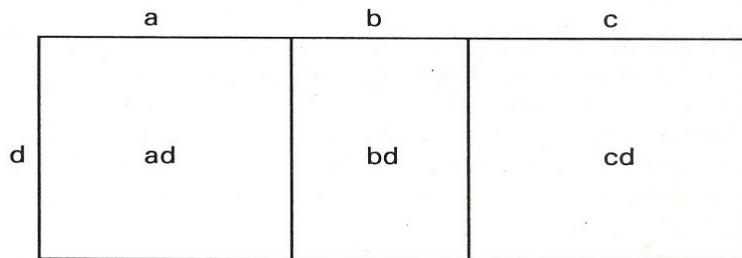


Euclide - Elementi

以乙為心。則乙甲線與乙丙乙丁線亦等。何者。凡為圓
 自心至界各線俱等。或如十五。既乙丙等。于乙甲
 而甲丙亦等。于甲乙。即甲丙亦等。于乙丙。論
 三邊等。如所求。凡論有二種。此以是為
 其用法。不必作所圖。但以甲為心。乙為界。作
 近丙一短界線。乙為心。甲為界。亦如之。兩短
 界線交處。即得丙。
 諸三角形。俱推前用法作之。詳本著
 第二題
 一直線或內或外有一點。求以點為界。作直線與元線

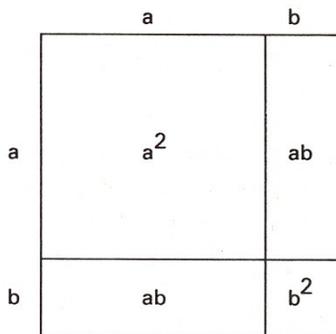
La prima proposizione del Libro I degli *Elementi*
 (trad. gesuita Matteo Ricci, sec. XVII)

Euclide - Elementi



Proprietà distributiva: $(a+b+c)d = ad+bd+cd$

Euclide - Elementi



$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Euclide - Elementi

- Gli *Elementi* (ca. 300 a. C.) comprendono 13 libri (6 dedicati alla geometria piana, 2 alla teoria dei numeri, 1 alle grandezze incommensurabili, 2 alla geometria solida)
- hanno contributi originali, ma anche sono una sintesi di circa tre secoli di ricerche geometriche

Euclide - Elementi

- Il primo libro riporta 23 termini, che descrivono dei concetti primitivi, ad es.:
- Un **punto** è ciò che non ha parti
- **Linea** è lunghezza senza larghezza
- Estremi di una linea sono punti
- **Linea retta** è quella che giace egualmente rispetto ai suoi punti
- **Superficie** è ciò che ha soltanto lunghezza e larghezza
- Estremi di una superficie sono linee

Euclide - Elementi

- Altre definizioni riguardano:
- *perpendicolare*,
- *angoli (retto, acuto, ottuso)*,
- *figure*,
- *triangoli, quadrilateri (quadrato, rombo, romboide, trapezio)*,
- *rette parallele* (che, prolungate da entrambe le parti, non si incontrano)

Euclide - Elementi

- Ecco alcune delle proprietà dei numeri (naturali):
- **Numero** è una pluralità composta di unità
- un numero (minore) è *parte* di un altro (maggiore) quando *lo misura* (cioè quando è un suo sottomultiplo)

Euclide - Elementi

- Numero *primo* è quello che è misurato soltanto dall'unità (attualmente esistono altre definizioni che possono essere più comode)
- Numeri *primi tra loro* sono quelli che sono misurati soltanto dall'unità come misura comune
- numero *composto* è quello che è misurato da qualche numero
- numeri *composti tra loro* sono quelli che hanno un qualche numero come misura comune

Euclide - Elementi

- Quando due numeri, moltiplicandosi tra loro, producono un terzo numero, il prodotto si chiama *numero piano* e i numeri che si moltiplicano tra loro si chiamano suoi *lati*
- Quando tre numeri, moltiplicandosi tra loro, producono un quarto numero, il prodotto si chiama *numero solido* e i numeri che si moltiplicano tra loro si chiamano suoi *lati*

Euclide - Elementi

- I **numeri primi** sono infiniti
- Se fossero finiti, e il più grande si chiamasse p_k , allora consideriamo il numero

$$N = p_1 p_2 p_3 \dots p_k + 1$$

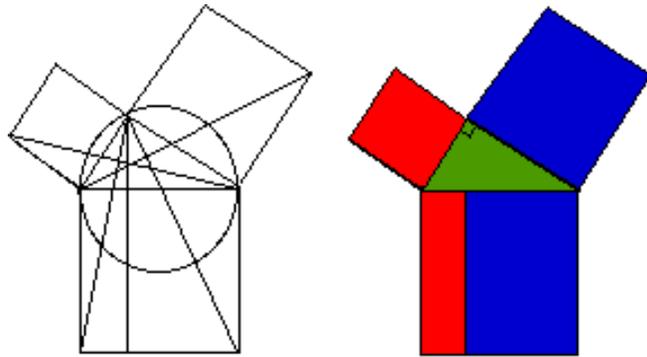
Questo non sarebbe divisibile per nessun p_i (la divisione avrebbe resto 1), e quindi sarebbe primo a sua volta e maggiore di p_k

(dim. adattata modernamente di quella di Euclide, *Elementi*, libro IX; ne esistono altre)

Euclide - Elementi

- Negli *Elementi* Euclide enuncia e dimostra 465 proposizioni, oltre a lemmi e corollari
- Teor.: *Se in un triangolo rettangolo si conduce la perpendicolare dall'angolo retto alla base, i triangoli così formati saranno simili al dato e simili tra loro*

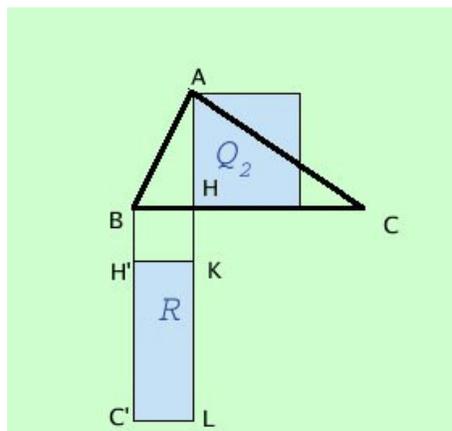
Euclide - Elementi



Euclide - Elementi

- Secondo teor. di Euclide: *il quadrato costruito sull'altezza è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa.*

Euclide - Elementi

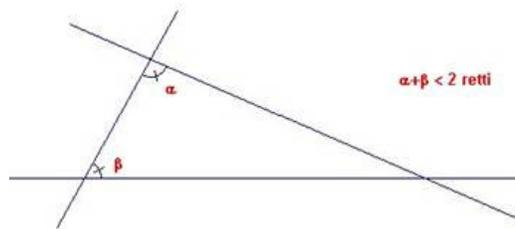


Euclide - postulati

- 1° POSTULATO:
 - *è sempre possibile congiungere due punti*
- 2° POSTULATO:
 - *è sempre possibile prolungare un segmento*
- 3° POSTULATO:
 - *è sempre possibile tracciare una circonferenza di assegnati centro e raggio*
- 4° POSTULATO:
 - *tutti gli angoli retti sono uguali*
- 5° POSTULATO:
 - *se una retta venendo a cadere su due rette forma gli angoli interni e dalla stessa parte minori di due retti (cioè: la cui somma è minore di due retti), le due rette prolungate illimitatamente verranno ad incontrarsi da quella parte in cui gli angoli sono minori di due retti*

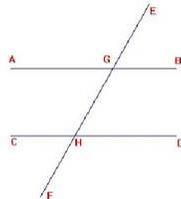
Euclide - postulati

- Espressione geometrica del V postulato



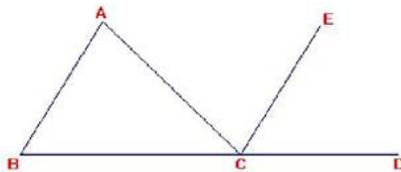
Euclide - postulati

- Conseguenze del V postulato: gli angoli alterni interni sono uguali, gli angoli corrispondenti sono uguali



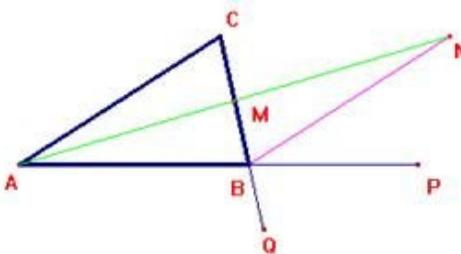
Euclide - postulati

- La somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo piatto (le rette BA e CE sono parallele e gli angoli in A e in C sono alterni interni e quindi uguali)



Euclide - postulati

- Se si prende N tale che $MN = AM$, l'angolo in C quello CBN sono uguali (AC e BN sono parallele)



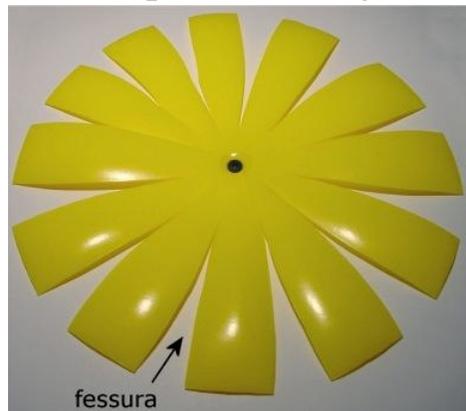
Geometrie non euclidee

- Superficie sferica



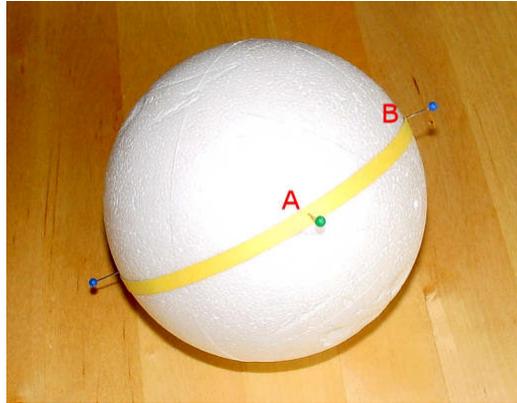
Geometrie non euclidee

- Una superficie sferica *non* è sviluppabile su un piano senza operare dei tagli



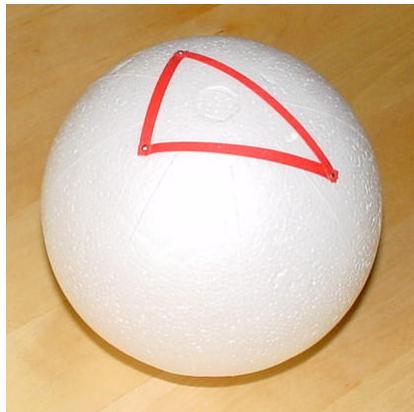
Geometrie non euclidee

- In una superficie sferica si dice *retta* una circonferenza massima



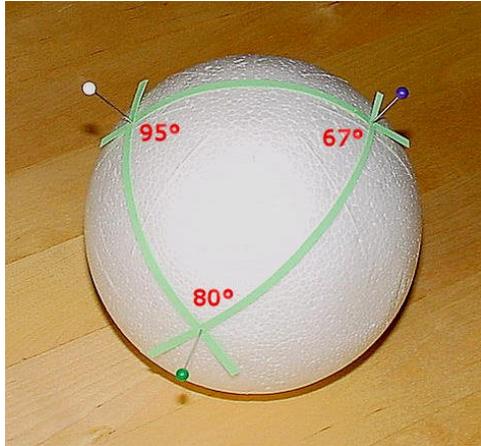
Geometrie non euclidee

- Triangolo su una superficie sferica, limitato da archi di circonferenza massima



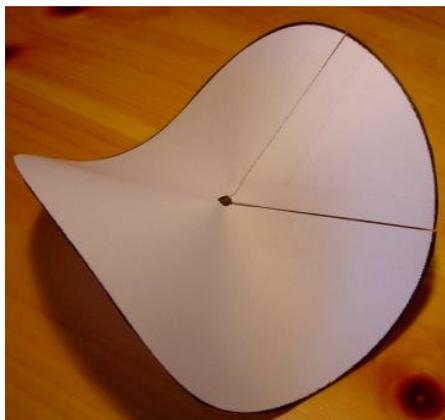
Geometrie non euclidee

- In una superficie sferica la somma degli angoli di un triangolo è $>$ di un angolo piatto



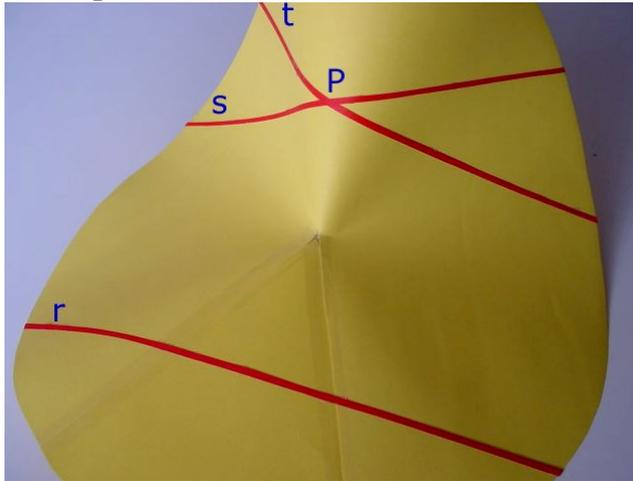
Geometrie non euclidee

- Si prende una superficie a sella e si chiamano *rette* le intersezioni di tale superficie con un piano



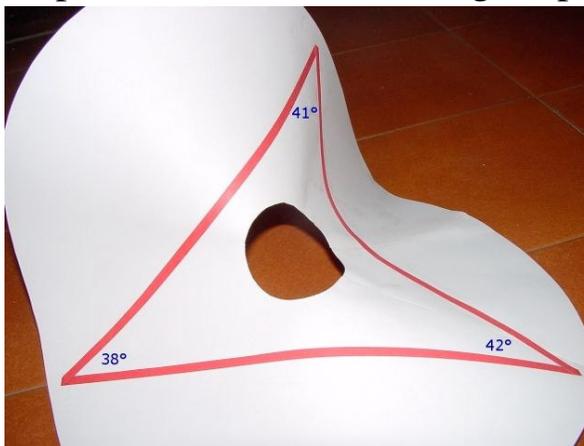
Geometrie non euclidee

- In una superficie a sella le rette t ed s passano entrambe per P e non incontrano la retta r



Geometrie non euclidee

- La somma degli angoli di un triangolo in una superficie a sella è $<$ un angolo piatto



Geometrie non euclidee

- Superficie in parte a sella e in parte sferica

