

Matematica 3
Scritto n. 2
15 giugno 2005
Prof. N. Garofalo (suppl. Prof. C. Minnaja)

Nome e Cognome.....

Matricola n.

Problema	Punti	Punt. massimo
1		10
2		30
3		20
4		20
5		20

È consentito l'uso di qualsivoglia testo o appunti. Le risposte devono essere giustificate. Svolgere i propri calcoli su fogli a parte e riportare sui fogli del compito solo i calcoli necessari a giustificare la risposta.

Problema 1. Si dia la definizione di curva regolare γ in \mathbb{R}^2 e quindi la definizione della seguente espressione:

$$\int_{\gamma} L(x, y) dx + M(x, y) dy$$

Dire esplicitamente quali condizioni su $L(x, y)$ ed $M(x, y)$ devono essere soddisfatte perché la definizione abbia senso.

2

Problema 2. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$y''' + 2y' = 0; \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0$$

Risolvere poi il seguente problema di Cauchy

$$y''' + 2y' = \cos 2x - x^2; \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0$$

Problema 3. Dire dove è esatta la forma differenziale lineare

$$\frac{x + 2y}{x^3y} dx + \frac{1}{xy^2} dy$$

e poi calcolare la primitiva tale che $y(-1) = 1$.

4

Problema 4. Calcolare

$$\int \int_D \frac{1}{y(1+x^2y^2)} dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 4\}$.

Problema 5. Si risolva la seguente equazione differenziale

$$y' = \sqrt{2yy''};$$

(Suggerimento: si consiglia la posizione $y' = p(y)$, per cui risulta $y'' = \dots$). Quante (e quali) sono le soluzioni tali che $y(2) = 2$? Come mai non c'è unicità?