M148sett.tex

MATEMATICA 1 - 2004

8a settimana

29.11.2004

Correzione di alcuni esercizi del compito e segnalazione degli errori principali.

Esempi sulla regola di L'Hospital e considerazioni sugli infinitesimi. Polinomio dii Taylor e formula di Taylor (p. 190 e p. 192, saltando la p. 191 e i primi due terzi della pag. 193).

Il simbolo $o(x^n)$ come infinitesimo di ordine superiore a x^n (detto che altri autori invece usano quel simbolo per indicare semplicemente un infinitesimo).

Definizione del polinomio di Taylor come il polinomio di un certo grado che meglio approssima una funzione nell'intorno di un punto.
Esercizi simili all'8.7 e all'8.8 (p. 195).

Alcuni importanti sviluppi asintotici (p.196; in parte fatti in classe, in parte demandati al gruppo di studio).

Alcuni limiti semplici dove si nota che $x - \sin x$ è un infinitesimo del 3^o ordine, e $\cos x - 1$ è un infinitesimo del 2^o per $x \to 0$.

Esercizio in cui si eliminano le parti principali.

30.11.2004

Polinomi di Taylor e disegno di come approssimano (fig. 62, p. 203). Accenno alla maggiorazione degli errori.
Lentezza della convergenza a 0 dei coefficienti, per trovare il logaritmo di 2 partendo dalla formula del $\lg(1+x)$ con due cifre decimali esatte ci vogliono 99 termini del polinomio di Taylor.

1.12.2004
Esercizio 8.9:

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{e^{3x}-1-3x}$$

Con la regola di L'Hospital e con il principio di sostituzione:

$$\cos 2x = 1 - \tfrac{(2x)^2}{2!} + \tfrac{(2x)^4}{4!} + o(x^4)$$
$$e^{3x} = 1 + (3x) + \tfrac{(3x)^2}{2!} + o(x^2)$$

Pertanto sopra resta $\frac{(2x)^2}{2!}$ e sotto $\frac{(3x)^2}{2!}$; i 2! si semplificano e resta 4/9.

Esercizio 8.10:

$$\lim_{x\to 0}\left(\tfrac{1}{\lg(1+x)} - \tfrac{1}{\sin x}\right) =$$
$$\lim_{x\to 0} \tfrac{\sin x - lg(1+x)}{\sin x \cdot \lg(1+x)}$$

Sopra resta il pezzo del 2o ordine del logaritmo che è (già considerando il -) $x^2/2$; sotto resta x^2, e quindi il limite è $1/2$.

Esempio di p. 199:

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{x}\lg(1+x)}$$

Ma sappiamo che è $\lim_{x\to 0}\frac{\lg(1+x)}{x} = 1$, e quindi il limite è $e^1 = e$.
Considerazioni su come avevamo trovato il numero e come limite della successione

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

Se invece si mette $1+x^2$ al posto di $1+x$ si ha lo sviluppo di $\lg(1+x^2)$ che è $x^2+o(x^2)$ e quindi il limite dell'esponente fa 0, per cui il limite totale fa 1.

Se invece mettiamo $\frac{1}{x^2}$ al posto di $\frac{1}{x}$ andiamo all'infinito (col + da destra e col - da sinistra).

Abbiamo così risolto alcuni casi di 1^∞.

Per casa l'es. 8.12.

2.12.2004

Introduzione alle equazioni differenziali: soluzione, problema ai valori iniziali, ordine. Equazioni del 1^o ordine a variabili separabili (cenni e qualche esempio semplice).

****

Non faranno parte del programma d'esame: p. 191; dim. del teor. 8.2; esercizi 8.3, 8.4, 8.5; esercizi 8.11, 8.13, 8.14; par. 8.2, salvo la fig. 62.