

MATEMATICA I

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica
 Prova parziale del 25.11.2004 Tempo concesso: 90 minuti

Tema B

1. Trovare la tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\cos x}{x}$$

nel punto $(\pi, f(\pi))$. Il punto π è interno ad un intervallo di crescita o di decrescenza della f ?

2. Si disegnano i grafici delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \lg_{0,5} x^2; \quad f_2(x) = \lg_{0,5} 3x^2$$

Hanno punti in comune?
 Giustificare le risposte.

3. La funzione

$$f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$$

non è definita per $x = 0$. È prolungabile per continuità in quel punto? In che modo?

Si giustifichino le risposte.

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan \frac{1}{1+x^2}$$

(insieme di definizione, segno, continuità, derivabilità, crescita, decrescenza, massimi, minimi, eventuali asintoti verticali, obliqui o orizzontali).

Si può dedurre che esistono dei flessi senza calcolare la derivata seconda? In base a quale teorema?

Giustificare le risposte.

5. Ricordando il significato geometrico della derivata, esistono punti di ascissa uguale in cui le tangenti ai grafici delle funzioni

$$f_1(x) = e^{\arctan x} \text{ e } f_2(x) = \arctan x$$

sono parallele?

Esistono punti in cui tali tangenti sono coincidenti?

6. Trovare tutte le primitive di

$$\sqrt{x} + \arctan x + \sin x;$$

quindi tra queste trovare quella che nel punto 1 vale 0.

7. La locuzione “teorema fondamentale del calcolo integrale” e i nomi di Torricelli e Barrow sono legati a teoremi importanti. Si esponano brevemente i teoremi e i concetti coinvolti.

8. Data una funzione f , si considerino le due funzioni f^+ ed f^- . Quanto vale la loro somma?

Se una funzione è positiva, cosa si può dire della sua $f^{+?}$ e della sua $f^{-?}$?

Giustificare le risposte.