

## MATEMATICA I

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica  
Prova parziale del 4.11.2004 Tempo concesso: 90 minuti

**Tema A**

1. Si dica cosa significa  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$  e si faccia un grafico di una funzione che goda di questa proprietà.
2. Sia  $\{a_n\}$  una successione strettamente decrescente e inferiormente limitata; si dimostri che ha un limite.  
Tale limite è l'estremo inferiore? È il minimo?  
Giustificare tutte le risposte.
3. Sia  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$  un quoziente di due polinomi, dove il grado di  $P(x)$  è minore del grado di  $Q(x)$  e  $Q(x)$  non ha zeri reali. Si dimostri che  $f(x)$  è una funzione limitata.
4. Si dia la definizione di funzione composta e si trovi un esempio in cui la composizione di due funzioni non è commutativa, cioè  $f \circ g \neq g \circ f$ .
5. La funzione  $\frac{\sin x}{x}$  ha limite (finito) per  $x \rightarrow 0$ ? Se sì, quanto vale? E ha limite (finito) per  $x \rightarrow -\infty$ ? Se sì, quanto vale?
6. Si dica dove sono invertibili le funzioni trigonometriche  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$ , e si faccia un abbozzo del grafico delle funzioni inverse.
7. Si dica dove è definita la funzione  $\lg \sqrt{x^2 - 1}$  e quale è la sua immagine. Si giustifichi la risposta.
8. Si dica se la funzione  $f(x) = xe^{\cos x}$  ha limite per  $x \rightarrow \infty$ ; si dica se è periodica. Si giustifichino le risposte.
9. Si enuncino due casi di indeterminazione del tipo  $\frac{0}{0}$  per  $x \rightarrow 2$  in cui esistono i limiti, ma diversi nei due casi, giustificando le risposte.
10. Si enunci il principio di induzione, indicando almeno un caso in cui è stato utilizzato.