

MATEMATICA I

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica
 Prova parziale del 4.11.2004 Tempo concesso: 90 minuti

Tema D

1. Si dica cosa significa $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$ e si faccia un grafico di una funzione che goda di questa proprietà.
 Si dimostri quindi che la funzione $f(x) = x^2$ è continua nel punto $x = 2$.
2. Il limite della somma è sempre uguale alla somma dei limiti, quando questi esistono e sono finiti entrambi? E viceversa, se esiste il limite per $x \rightarrow x_0$ di una somma di due funzioni f_1 ed f_2 , esistono i limiti dei singoli addendi per $x \rightarrow x_0$?
 Giustificare tutte le risposte.
3. Sia $f(x) = \frac{1}{Q(x)}$ dove $Q(x)$ è un polinomio di secondo grado. La f è continua su tutto \mathbb{R} ? È continua sul suo insieme di definizione? Esiste un \bar{x} tale che sulla semiretta $(\bar{x}, +\infty)$ la funzione risulti limitata?
 Giustificare tutte le risposte.
4. Si dia la definizione di funzione composta e si trovi un esempio in cui la composizione di due funzioni non è commutativa, cioè $f \circ g \neq g \circ f$.
5. Si enunci il teor. di Weierstrass e si trovino degli esempi per i quali, se non è soddisfatta una delle ipotesi, non è soddisfatta neanche la tesi.
6. La funzione $\frac{\tan x}{x} + \frac{1}{x}$ ha limite (finito) per $x \rightarrow 0$? Se sì, quanto vale? E ha limite (finito) per $x \rightarrow -\infty$? Se sì, quanto vale?
 Si giustifichino le risposte.
7. Si dica dove sono invertibili le funzioni $\log_a x$, con $0 < a < 1$, e $\arctan x$, e si faccia un abbozzo del grafico delle funzioni inverse.
8. Si dica dove è definita la funzione $\sqrt{\lg(16 - x^2)}$ e quale è la sua immagine.
 Si giustifichi la risposta.
9. Si dica se la funzione $f(x) = x^2 e^{\sin x}$ ha limite per $x \rightarrow \infty$; si dica se è periodica, se è superiormente limitata, se è inferiormente limitata. Si giustifichino le risposte.
10. Si enuncino due casi di indeterminazione del tipo $\frac{\infty}{\infty}$ per $x \rightarrow 2$ in cui esistono i limiti, ma diversi nei due casi, giustificando le risposte.