M157sett.tex

7a settimana
Inizio 7.11.2005

Definizione di asintoto orizzontale e obliquo: $y = ax + b$. Limite per $x \to \infty$ del rapporto $\frac{f(x)}{x}$ e limite della derivata prima per trovare il coefficiente angolare dell'asintoto obliquo.
Casi in cui la derivata prima ha limite 0 eppure il b non esiste: $\lg x$

Funzione caratteristica di un insieme.
Funzioni semplici su un intervallo limitato $[a, b]$.
Definizione di integrale su un intervallo $[a, b]$ per una funzione semplice e non negativa come area di un plurirettangolo.
Definizione della f^+ e della f^-.
Definizione di integrale per una funzione limitata $f : [a, b] \to \mathbb{R}$:

$$\int_a^b f = \int_a^b f^+ - \int_a^b f^-$$

Uso della notazione anche così: $\int_a^b f(x)\, dx$.

Integrabilità delle funzioni continue (teor. 3.8; niente dim.)
Somme di Riemann come intermedie tra le somme ottenute prendendo i sup nei singoli sottointervalli I_i e quelle ottenute prendendo gli inf.

Proprietà fondamentali dell'integrale (3.3.1), dalla proprietà a) alla proprietà g); niente h).

Teorema fondamentale del calcolo integrale (niente dim.: solo l'impostazione).
Regola di Barrow-Torricelli.

Alcune primitive fondamentali (esempi di pagg. 107 e 108).

Richiami sulle funzioni trigonometriche e loro inverse (i tre riquadri di p. 119 e la figura di p. 42, la seconda metà di p. 125, p. 126 e la prima figura di p. 127).

Richiami sulle esponenziali e logaritmo (Cap. 5: solo le figure).

Dal Cap. 7: l'arte di calcolare primitive:
Due primitive di una f definita su un intervallo differiscono per una costante additiva.

Definizione di integrale indefinito.
Tabella di integrali (pp. 160-161).

Calcolo di alcuni integrali definiti utilizzando la tabella di integrali e il teor. fondamentale.

Scomposizione di una funzione in fratti semplici quando il denominatore è un polinomio di secondo grado con radici reali e distinte, tipo

$$\int \frac{1}{(x-x_1)(x-x_2)}\,dx = \int \left(\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}\right)\,dx\ .$$

Accenno al fatto che se al denominatore c'è un polinomio di 2^o grado si riesce a manipolarlo in modo da far venire qualcosa del tipo $1+t^2$.

Teorema di integrazione per parti (p. 163)
Primi esempi: $\int \lg x\ dx$; $\int \arctan x\ dx$ prendendo 1 come fattore differenziale.

Primo esempio di *integrale generalizzato*:

$$\lim_{x\to+\infty} \int_0^x \frac{1}{1+t^2}\,dt = \lim_{x\to+\infty} \arctan t\ |_0^x = \frac{\pi}{2}$$

Del pari:

$$\lim_{x\to+\infty} \int_1^x \frac{1}{t^2}\,dt = \lim_{x\to+\infty} -\frac{1}{t}|_1^x = 1.$$

Primi esempi di integrazione per sostituzione: quando al numeratore c'è la derivata del denominatore (tipo $\int \frac{2x}{1+x^2}\,dx = \lg(1+x^2)$).

****

Non fanno parte del programma d'esame: dim. del teor. 3.8; esempio di p. 101; proprietà h) di p. 102; esercizi 3.17 e 3.18; dim. del teor. 3.9; nota bene di p.106; cap. 4 ad eccezione dei riquadri di p. 109, della fig. di p. 120, della seconda metà di p. 125 e della p. 126; cap. 5 ad eccezione delle figure; cap. 6; esempio di p. 163-165.