

MATEMATICA 1

Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica e in Ingegneria Energetica

Prova parziale dell'1.12.2005

Tempo concesso: 90 minuti

Tema A**N.B. - Le risposte vanno giustificate, dicendo quali teoremi si applicano, o tramite esempi.**

1. Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{|x| - 1}{\lg |x|}$$

(i.d.d, segno, eventuali simmetrie, immagine, limiti, massimi, minimi, prolungabilità, derivabilità, attacchi, grafico)

2. Si calcoli
- $\int_0^4 \cos \sqrt{2x} \, dx$
- .

3. Calcolare

$$\int_0^k x e^{-\frac{x^2}{3}} \, dx$$

e quindi dire se esiste finito il limite per $k \rightarrow +\infty$, e, in caso affermativo, quanto vale.

4. Quale è il polinomio di quinto grado che meglio approssima la funzione
- $x - \tan x$
- in un intorno dello 0?

5. Si scriva la formula di MacLaurin della funzione
- $f(x) = \arctan x$
- arrestata al termine che contiene la derivata terza, e si indichi una maggiorazione dell'errore commesso se, nel punto
- $x = 1$
- , si considera il polinomio di MacLaurin al posto della funzione.

6. Se una funzione
- f
- è continua, la sua
- f^-
- è continua anch'essa? Vale la stessa risposta per la derivabilità? Perché?

7. Per
- $x \rightarrow 2$
- la
- $f(x)$
- sia un infinitesimo del terzo ordine e la
- $g(x)$
- sia un infinitesimo del quinto. Il rapporto
- $\frac{f(x)}{g(x)}$
- è un infinitesimo per
- $x \rightarrow 2$
- ? Se sì, di che ordine? Quante volte si deve applicare la regola di L'Hospital prima di arrivare ad una conclusione?

8. Quanto vale l'area dell'insieme racchiuso tra l'asse delle
- x
- e il grafico di
- $f(x) = x \lg x$
- ?

9. Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x^2 - \cos x}{e^x - 1 - x}$$

10. Si dimostri che un polinomio di grado dispari ha almeno un punto in cui si annulla. Si scriva poi esplicitamente un polinomio
- $Q(x)$
- di grado dispari che si annulla in un solo punto. Si può da questi dati desumere quante volte si annulla la derivata
- $Q'(x)$
- ? Perché?